

Control de la forma de onda de salida de los convertidores DC-AC de conmutación brusca.

Cada configuración convertidora DC-AC produce una salida cuya forma depende de la topología del convertidor y de la tensión DC de alimentación; esta forma en general es un tren de pulsos de flancos verticales con un número de niveles prefijado por la topología.

En la mayor parte de las aplicaciones esta forma de onda básica no es adecuada, ya que la aplicación requiere producir una forma de onda no cuadrada (usualmente sinusoidal), en la cual la frecuencia y la amplitud de la componente fundamental de la forma de onda generada puedan ser controladas con precisión y de forma independiente.

En general, las formas de onda de salida deseadas se pueden agrupar en dos categorías:

- 1.- Señales sinusoidales mono o poli-fásicas, en las que se requiere controlar la amplitud y la frecuencia de la componente de frecuencia fundamental y mantener las amplitudes del resto de las componentes armónicas generadas por debajo de un valor predeterminado.
- 2.- Señales "vectoriales", en las que lo importante es definir la amplitud y la fase del vector espacial de la combinación de las salidas del inversor (usualmente tres).

Una vez definida la estructura del conversor, lograr el objetivo de tener control sobre la estructura armónica de la salida requiere aumentar el número de conmutaciones en cada ciclo de salida, cambiando y controlando la relación tiempo de encendido/tiempo de apagado para imponer las modificaciones necesarias en la forma de salida básica hasta obtener la forma deseada mediante la modulación del ancho de pulso (PWM)

Técnicas básicas de control de la salida por modulación de ancho de pulso (PWM, Pulse Width Modulation)

I.- Modulación PWM por comparación.

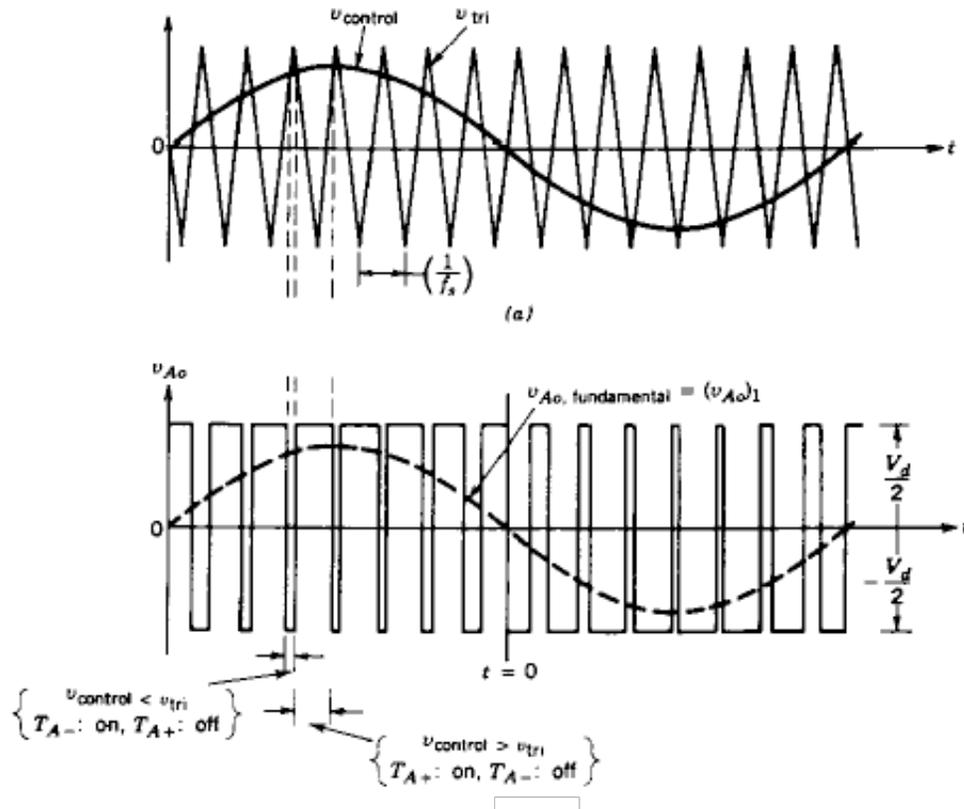
El control de las conmutaciones necesarias para implementar el proceso de PWM se logra en base a la comparación de una señal sinusoidal patrón de la amplitud y frecuencia deseada en la salida (la onda de referencia o modulante) con una onda triangular de frecuencia más elevada (la onda portadora o modulada).

Originalmente las dos ondas se generaban y comparaban analógicamente. En la actualidad el proceso de generación y comparación suele ser totalmente digital.

1.- Caso monofásico.

El proceso de modulación se basa en comparar la onda modulante (la senoide de referencia) con la onda portadora (la triangular).

La salida del inversor se fija en su valor positivo cuando la amplitud de la senoide es superior a la amplitud de la triangular, y en su valor negativo en el caso contrario (senoide inferior a triangular).



Control de la salida del inversor monofásico por PWM.

Arriba: Formas de onda modulante (sinusoidal) y portadora (triangular)
 Abajo: Forma de onda de tensión a la salida (fundamental de voltaje a trazos discontinuos).

La ley de formación de la salida es:

$$\text{Si } v_{control} > v_{tri} \text{ } T_{A^+} \text{ esta encendido y } v_o = \frac{V_{dc}}{2}$$

$$\text{Si } v_{control} < v_{tri} \text{ } T_{A^-} \text{ esta encendido y } v_o = -\frac{V_{dc}}{2}$$

Donde T_{A^+} y T_{A^-} son, respectivamente los interruptores superior e inferior del medio puente inversor

Se define como índice de modulación de amplitud, m_a , al cociente entre la amplitud pico de la onda modulante ($V_{control}$) y la amplitud pico de la onda portadora (V_{tri}).

$$m_a = \frac{\hat{V}_{control}}{\hat{V}_{tri}}$$

Usualmente la amplitud de la onda modulante es variable de acuerdo con la demanda, para controlar la amplitud de la fundamental de voltaje de salida, mientras que la amplitud de la onda triangular permanece constante.

Se define como índice de modulación de frecuencia, m_f , la relación entre la frecuencia de la portadora (f_s) y la frecuencia de la modulante (f_1).

$$m_f = \frac{f_s}{f_1}$$

La frecuencia de la onda portadora define la frecuencia de conmutación del inversor (f_s).

La frecuencia de la onda modulante define la frecuencia fundamental de la forma de onda de salida del inversor (f_1).

La amplitud pico de la componente fundamental de la forma de onda de salida, V_{AO} es:

$$V_{AO} = \frac{v_{control}}{\hat{V}_{tri}} \frac{V_{dc}}{2} \text{ con } v_{control} \leq \hat{V}_{tri}$$

Si además:

$$v_{control} = \hat{V}_{control} \text{sen}\omega t \text{ con } \hat{V}_{control} \leq \hat{V}_{tri}$$

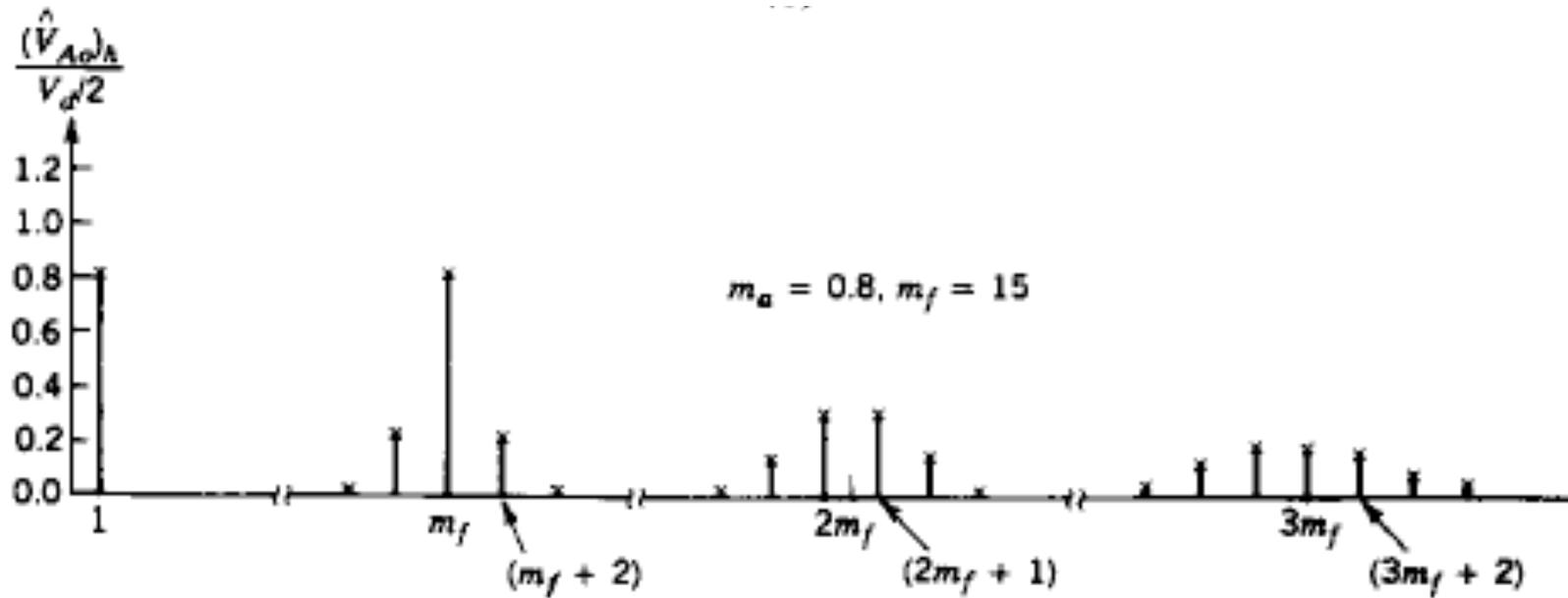
entonces:

$$v_{AO}(t) = \frac{\hat{V}_{control}}{\hat{V}_{tri}} \frac{V_{dc}}{2} \text{sen}\omega t = E \text{sen}\omega t$$

El proceso de modulación genera una serie infinita de armónicas de la frecuencia fundamental. Si el índice de modulación es alto, como es el caso general, la frecuencia de las armónicas está dada por la relación:

$$f_h = (hm_f \pm k)f_1$$

donde f_h es la componente armónica, f_1 es la frecuencia fundamental, m_f es el índice de modulación de frecuencia y h y k son números naturales.



Espectro armónico de la tensión de salida del inversor monofásico controlado en PWM.

Adicionalmente resulta que, para valores impares de j solo aparecen las armónicas correspondientes a valores pares de k , y para valores pares de j solo aparecen las armónicas correspondientes a valores impares de k .

En general la amplitud de las armónicas se reduce al crecer los valores de h y k .

El cálculo exacto de las amplitudes de las armónicas es engorroso, pero el valor correspondiente se puede estimar en base a resultados tabulados.

La tabla de cálculo de los contenidos armónicos para el caso monofásico con un índice de modulación de frecuencia, m_f , alto es:

Generalized Harmonics of v_{Ao} for a Large m_f						
h	m_a	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
1		0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
<i>Fundamental</i>						
m_f		1.242	1.15	1.006	0.818	0.601
$m_f \pm 2$		0.016	0.061	0.131	0.220	0.318
$m_f \pm 4$						0.018
$2m_f \pm 1$		0.190	0.326	0.370	0.314	0.181
$2m_f \pm 3$			0.024	0.071	0.139	0.212
$2m_f \pm 5$					0.013	0.033
$3m_f$		0.335	0.123	0.083	0.171	0.113
$3m_f \pm 2$		0.044	0.139	0.203	0.176	0.062
$3m_f \pm 4$			0.012	0.047	0.104	0.157
$3m_f \pm 6$					0.016	0.044
$4m_f \pm 1$		0.163	0.157	0.008	0.105	0.068
$4m_f \pm 3$		0.012	0.070	0.132	0.115	0.009
$4m_f \pm 5$				0.034	0.084	0.119
$4m_f \pm 7$					0.017	0.050

Note: $(\hat{V}_{Ao})_{h/2} V_d [= (\hat{V}_{AN})_{h/2} V_d]$ is tabulated as a function of m_a .

Tabla normalizada de amplitudes de las armónicas en un sistema PWM monofásico.

Ejemplo de uso de la tabla.

Sea $V_d=300V$, $m_a=0,8$, $m_f=39$ y la frecuencia fundamental 47Hz.

La amplitud de la h-esima armónica es:

$$V_j = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{V_d}{2} \left(\frac{\hat{V}_j}{\frac{V_d}{2}} \right)$$

Donde el término $\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{V_d}{2}$ tiene un valor calculado de 106,07 y

el término $\left(\frac{\hat{V}_j}{\frac{V_d}{2}} \right)$ debe ser buscado en la tabla en la columna indicada por el m_a correspondiente.

Y existen en cada banda las armónicas dadas por la ecuación:

$$f_h = (hm_f \pm k)f_1$$

donde h y las k en cada banda se leen de la tabla.

En el ejemplo, leyendo de la tabla y operando se obtiene:

Fundamental:

$$V_1 = 106,07 * 0,8 = 84,86V \text{ a } 47Hz.$$

Primera banda de armónicas

$$h=1, k=0,1$$

$$V_{37} = 106,07 * 0,22 = 23,33V \text{ a } 1739Hz.$$

$$V_{39} = 106,07 * 0,818 = 86,76V \text{ a } 1833Hz.$$

$$V_{41} = 106,07 * 0,22 = 23,33V \text{ a } 1927Hz.$$

Segunda banda de armónicas

$$h=2, k=1,3,5$$

$$V_{77}=106,07*0,314=33,31\text{V a } 3619\text{Hz.}$$

$$V_{79}=106,07*0,314=33,31\text{V a } 3713\text{Hz.}$$

$$V_{75}=106,07*0,139=14,74\text{V a } 3675\text{Hz.}$$

$$V_{81}=106,07*0,139=14,74\text{V a } 3807\text{Hz.}$$

$$V_{73}=106,07*0,013=1,38\text{V a } 3431\text{Hz.}$$

$$V_{83}=106,07*0,013=1,38\text{V a } 3901\text{Hz.}$$

Sobremodulación

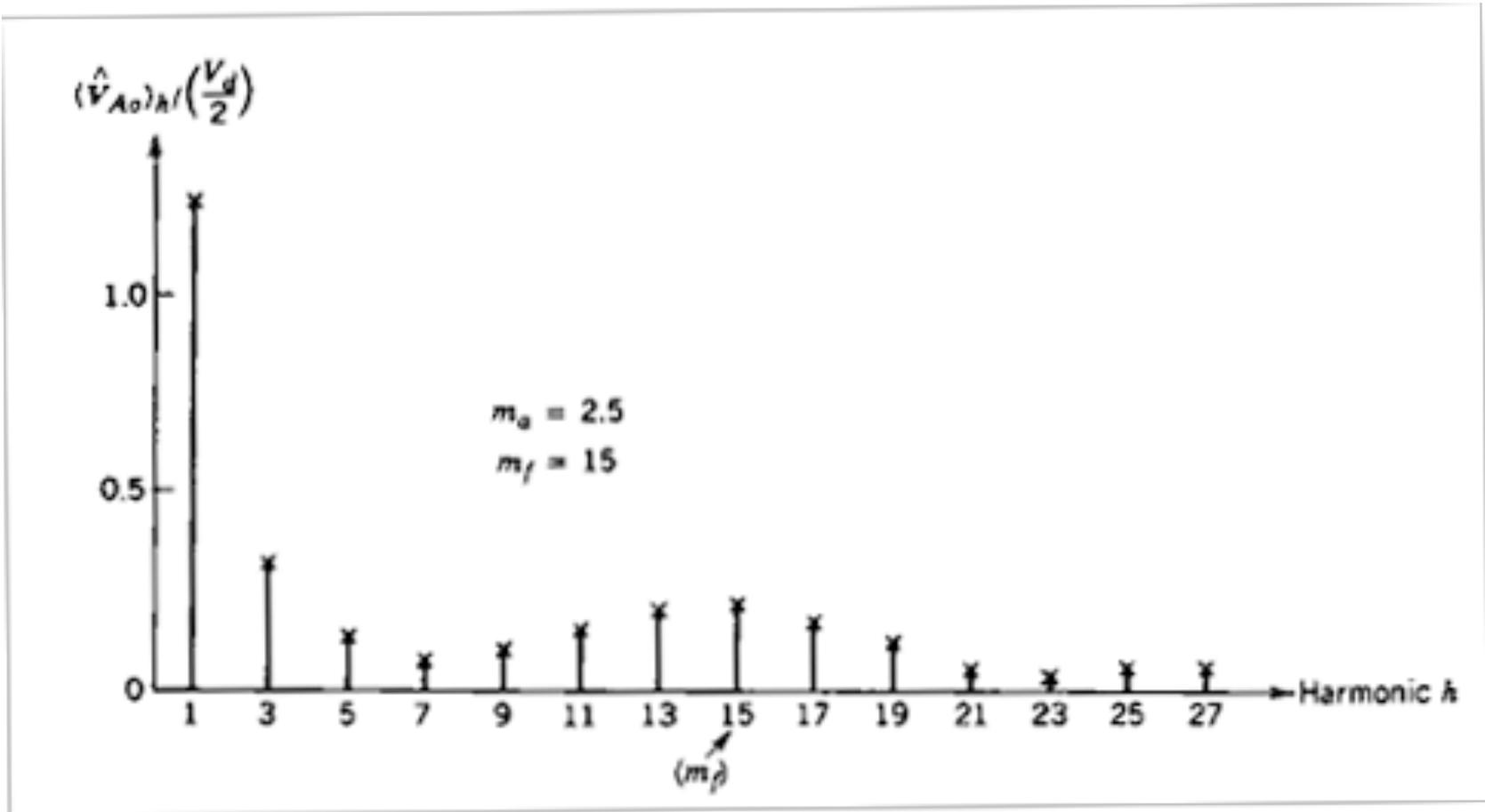
El proceso de modulación PWM limita naturalmente la amplitud que puede alcanzar la fundamental de voltaje.

En algunas aplicaciones existen condiciones de operación en donde es deseable aumentar la amplitud de la salida aunque esto signifique empeorar el contenido armónico.

En estos casos se puede llevar el sistema PWM a operar en el régimen de sobremodulación, donde

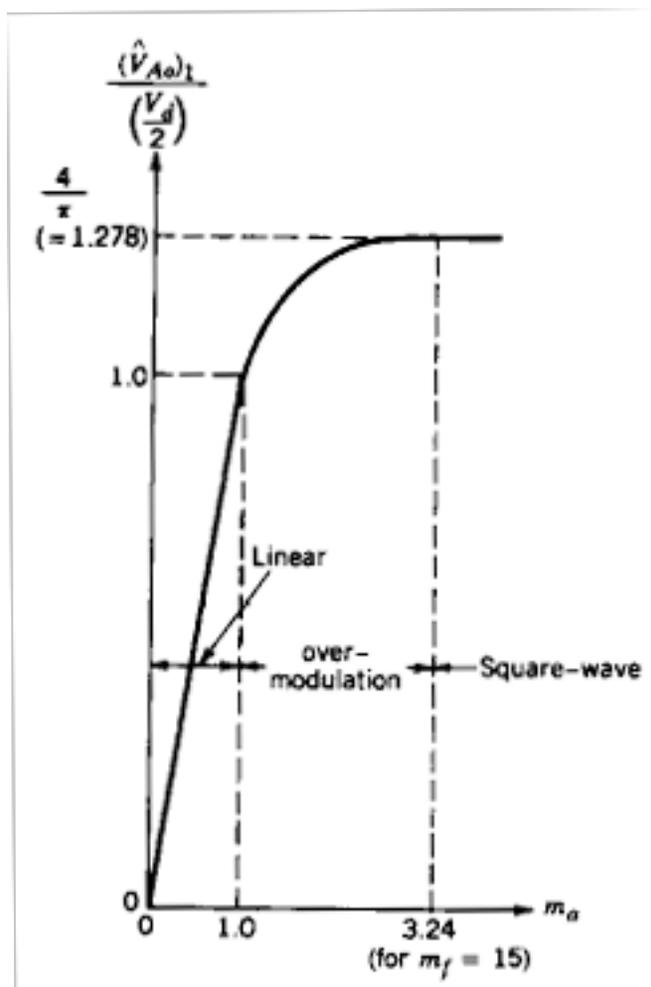
$$\hat{V}_{control} > \hat{V}_{tri}$$

Esto significa que se eliminan conmutaciones alrededor de los picos de la onda modulante, lo que aumenta la amplitud de la fundamental, pero distorsiona la forma de onda de salida, aumentando las armónicas.



Espectro de salida de un sistema PWM sobremodulado, con $m_a=2,5$ y $m_f=15$.

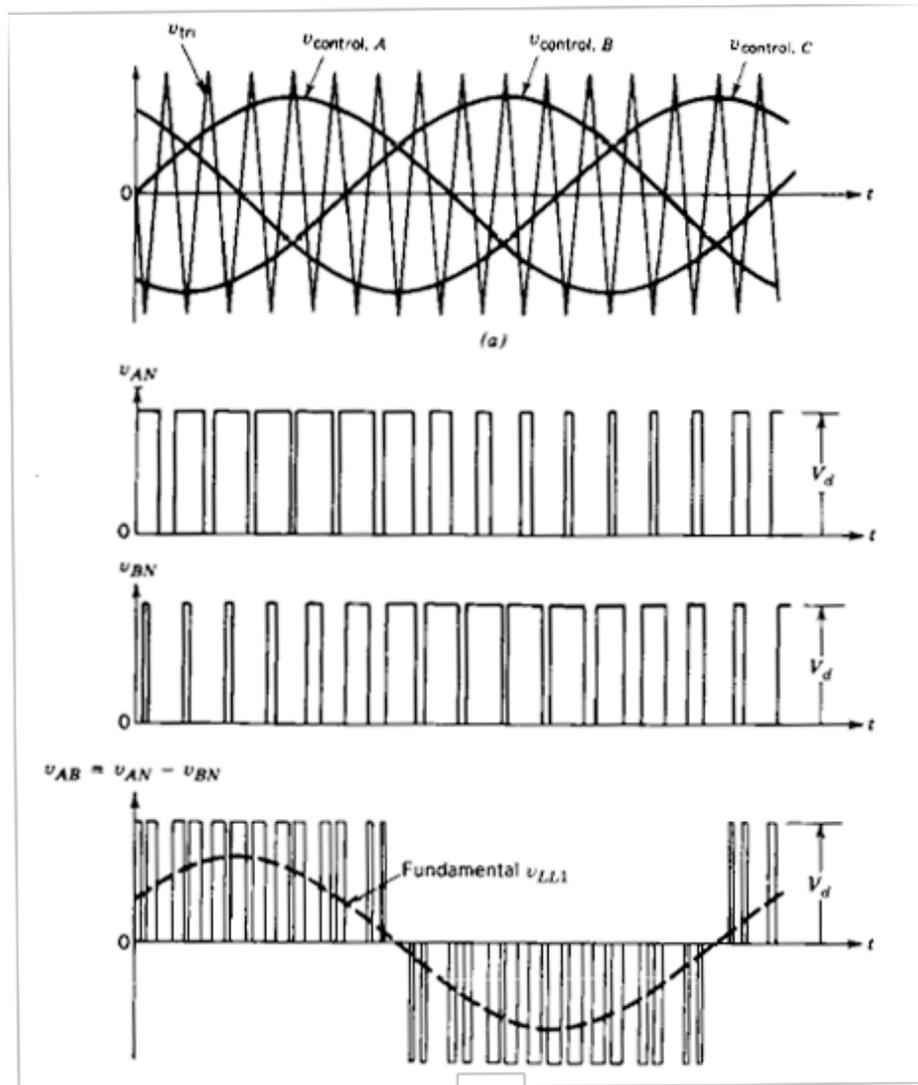
En el caso extremo de sobremodulación la onda modulante se reemplaza con una onda cuadrada de amplitud superior a la portadora, con lo que la forma de onda de salida degenera a una onda cuadrada sin modulación PWM.



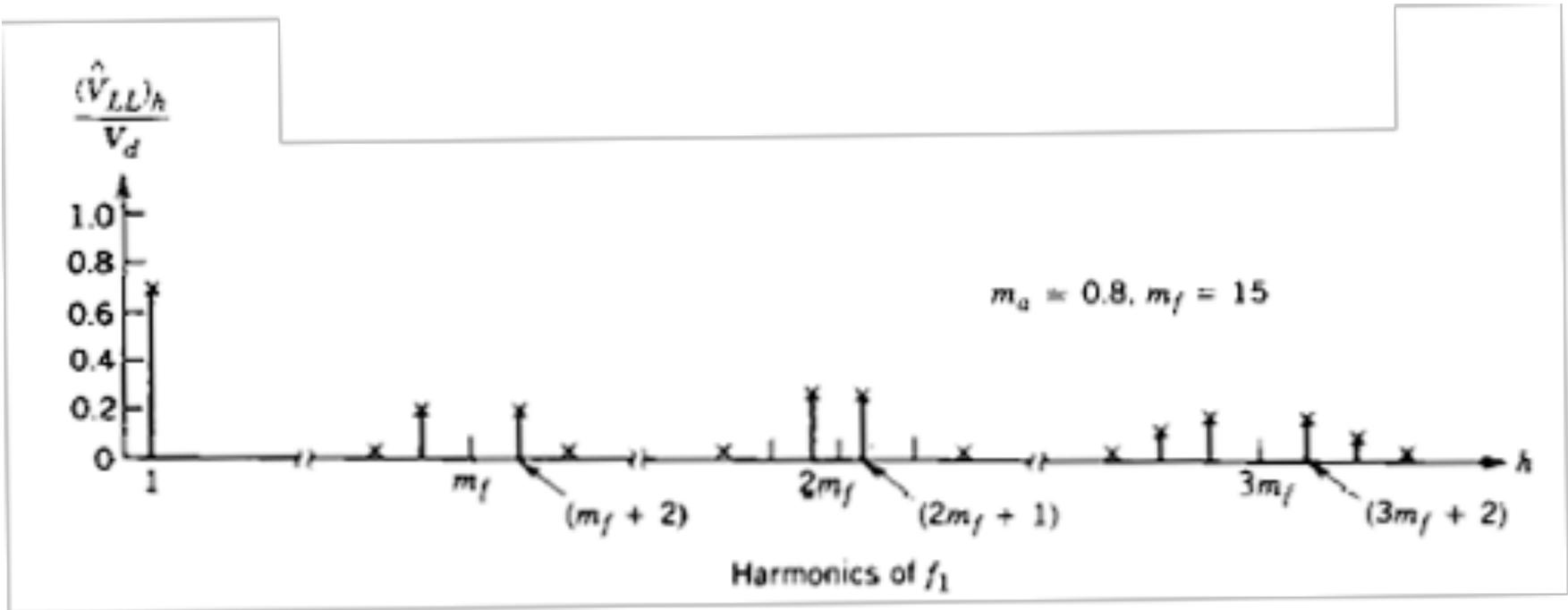
Esquema de los rangos de operación en las zonas de modulación lineal, sobremodulación y onda cuadrada de un inversor controlado por PWM

2.- Caso trifásico.

El proceso de modulación PWM es similar al descrito para el caso monofásico, pero ahora se emplean tres ondas modulantes, desplazadas cada una de ellas 120° con respecto a las otras dos, para lograr un sistema de salida sinusoidal trifásico balanceado.



Sistema de modulación PWM en un inversor trifásico medio puente



Espectro armónico de una fase de la salida de un inversor medio puente trifásico con modulación PWM.

En general la salida de los inversores trifásicos no se conecta con neutro, lo que permite eliminar las armónicas impares múltiplos de tres.

La tabla para calcular las amplitudes del espectro armónico se usa en forma equivalente a la indicada en el ejemplo monofásico.

La tabla para la salida trifásica para un sistema con un índice de modulación de frecuencia, m_f , grande e impar es:

Generalized Harmonics of v_{LL} for a Large and Odd m_f That Is a Multiple of 3.

h \ m_a	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
1	0.122	0.245	0.367	0.490	0.612
$m_f \pm 2$	0.010	0.037	0.080	0.135	0.195
$m_f \pm 4$				0.005	0.011
$2m_f \pm 1$	0.116	0.200	0.227	0.192	0.111
$2m_f \pm 5$				0.008	0.020
$3m_f \pm 2$	0.027	0.085	0.124	0.108	0.038
$3m_f \pm 4$		0.007	0.029	0.064	0.096
$4m_f \pm 1$	0.100	0.096	0.005	0.064	0.042
$4m_f \pm 5$			0.021	0.051	0.073
$4m_f \pm 7$				0.010	0.030

Note: $(V_{LL})_h/V_d$ are tabulated as a function of m_a where $(V_{LL})_h$ are the rms values of the harmonic voltages.

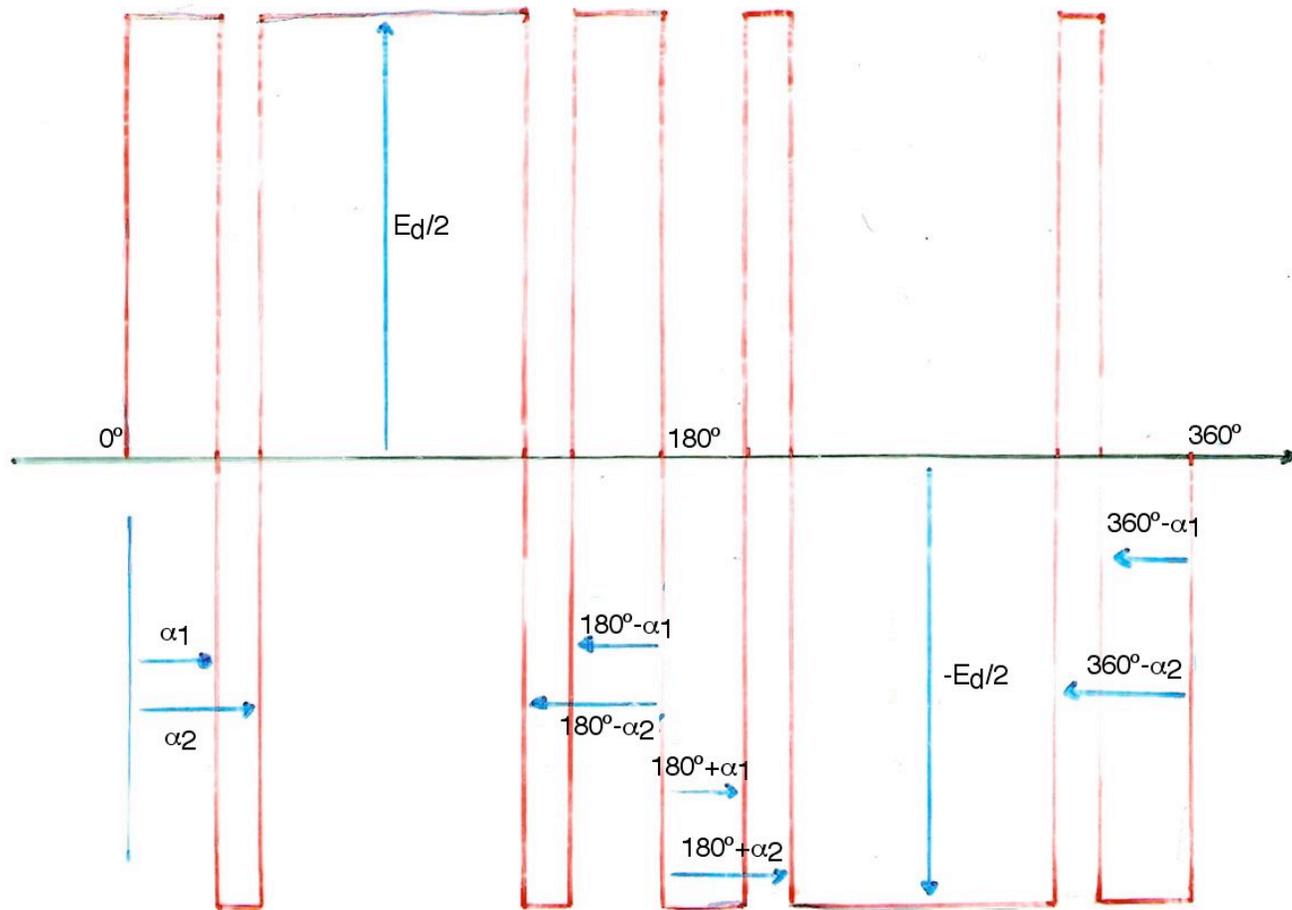
Tabla normalizada de amplitudes de las armónicas en un sistema PWM trifásico sin neutro.

II.- Modulación PWM por eliminación selectiva de armónicas.

En este proceso se genera una forma de onda cuyo contenido armónico ha sido precalculado para ser el deseado.

El proceso se basa en que es posible escribir las ecuaciones que determinan los coeficientes de Fourier de una forma de onda cuya simetría se conoce de antemano.

Como ejemplo se considera el caso más simple, una forma de onda cuadrada simétrica de dos niveles, en donde se introduce un par de conmutaciones adicionales en cada cuarto de ciclo, dispuestas simétricamente por parejas, en los ángulos α_1 y α_2 , medidos desde el origen en el primer cuarto de ciclo.



Forma de onda de salida, eliminación selectiva con dos conmutaciones adicionales cada 90°

La serie de Fourier de la salida resulta:

$$v_o = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} B_n \text{sen} n\omega t$$

$$B_n = \frac{4V_s}{\pi} \left[\int_0^{\alpha_1} \text{sen}(n\omega\tau) d\tau - \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \text{sen}(n\omega\tau) d\tau + \int_{\alpha_2}^{\frac{\pi}{2}} \text{sen}(n\omega\tau) d\tau \right]$$
$$= \frac{4V_s}{\pi} \frac{1 - 2\cos(n\alpha_1) + 2\cos(n\alpha_2)}{n}$$

Donde la amplitud de cada armónica es función de los dos ángulos de conmutación incluidos en la forma de onda.

Considerando el espectro armónico, existe la posibilidad de fijar la amplitud de dos armónicas cualesquiera, n y $n+1$, resolviendo simultáneamente las ecuaciones que definen a los coeficientes B_n y B_{n+1} .

Si se desea eliminar dos armónicas, por ejemplo la tercera y la quinta, el sistema a resolver es:

$$1 - 2 \cos(3\alpha_1) + 2 \cos(3\alpha_2) = 0$$

$$1 - 2 \cos(5\alpha_1) + 2 \cos(5\alpha_2) = 0$$

Por otro lado, también es posible usar esta estrategia de modulación para fijar la amplitud de la fundamental (la primera armónica en esta notación), y eliminar otra armónica.

Si la armónica a eliminar es la tercera, el sistema a resolver es:

$$1 - 2 \cos(\alpha_1) + 2 \cos(\alpha_2) = A$$

$$1 - 2 \cos(3\alpha_1) + 2 \cos(3\alpha_2) = 0$$

donde A , la amplitud deseada de la fundamental debe ser menor a la máxima amplitud posible con la onda cuadrada pura.

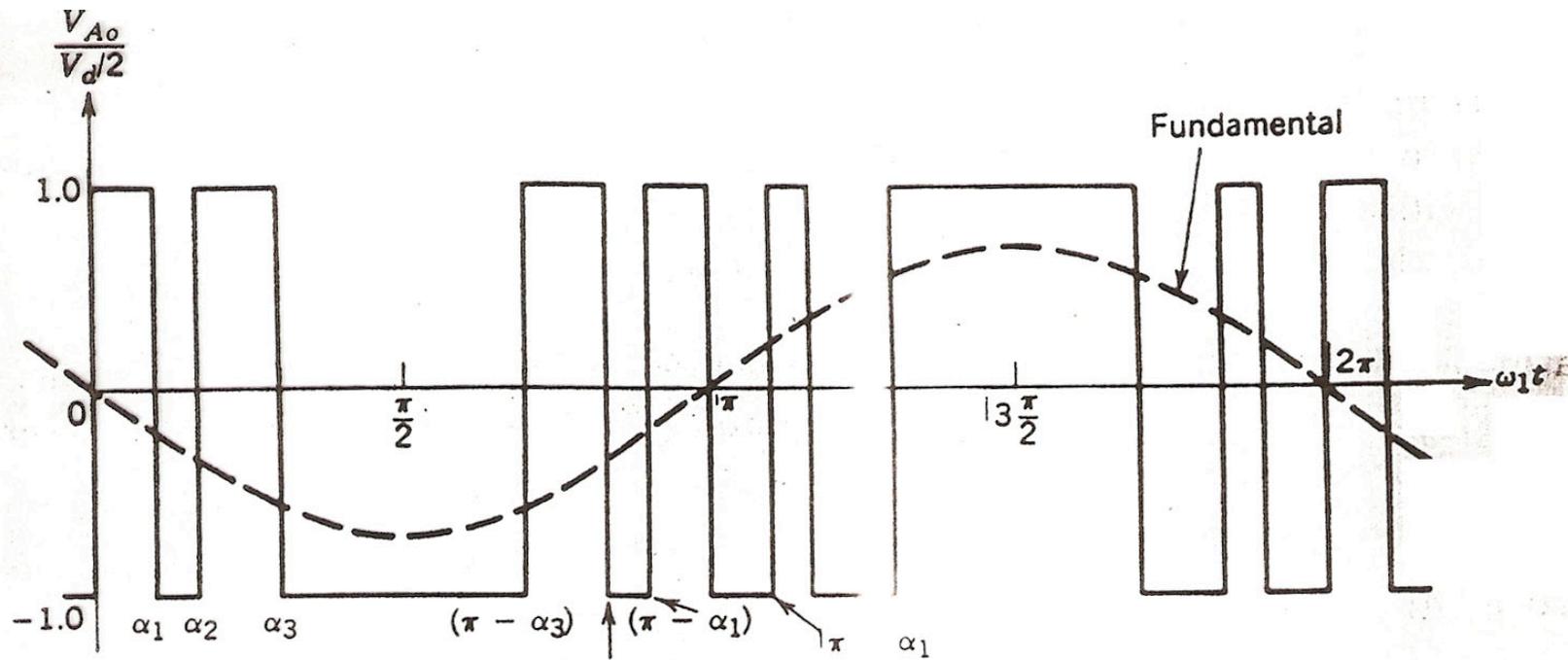
La ecuación de formación se puede extender a k muescas simétricas que cumplan con la condición:

$$\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_k < \frac{\pi}{2}$$

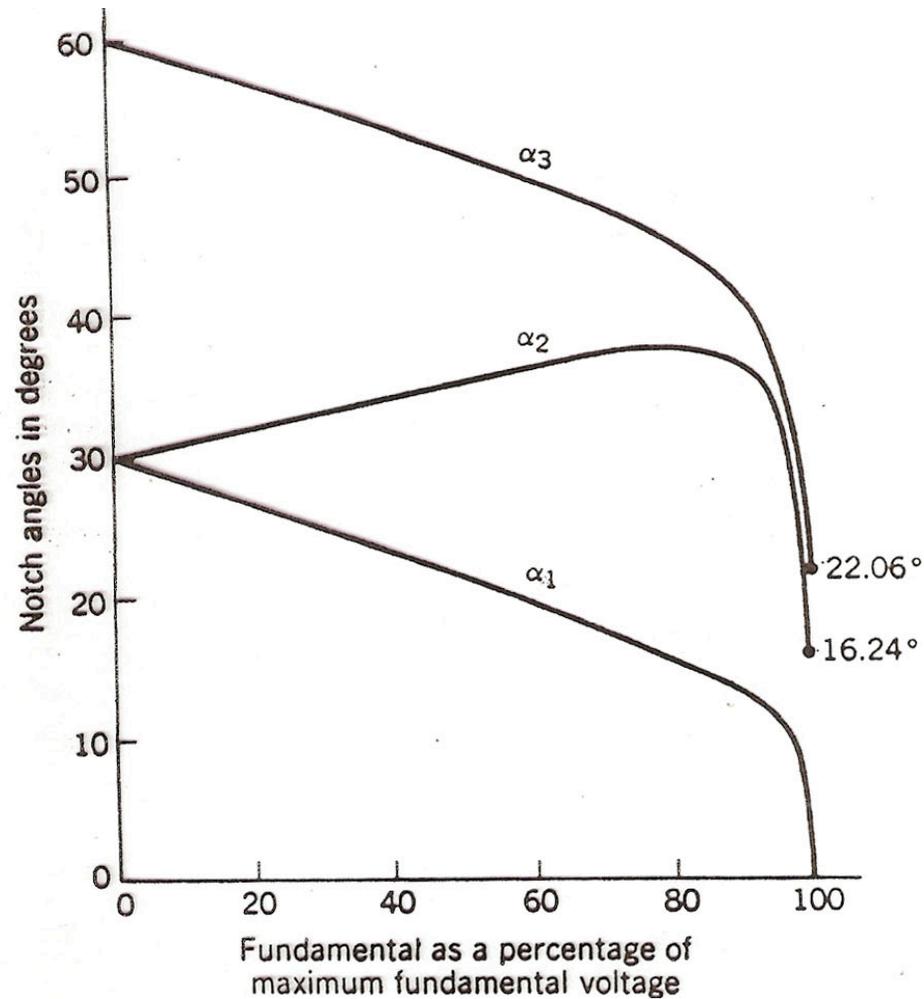
$$B_n = \frac{4V_s}{\pi} \frac{1 - 2 \cos(n\alpha_1) + 2 \cos(n\alpha_2) - 2 \cos(n\alpha_3) + \dots}{n}$$

$$B_n = \frac{4V_s}{\pi} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^m (-1)^k \cos(n\alpha_k) \right]$$

En estas condiciones es posible controlar la amplitud de k armónicas, resolviendo un sistema de k ecuaciones con k incógnitas, para determinar el valor de los k ángulos que definen la forma de onda.



Eliminación selectiva de armónicas, forma de onda con tres cortes por cuarto de ciclo.



Eliminación selectiva de armónicas, variación de los ángulos en función de la amplitud deseada en la fundamental con tres cortes por cuarto de ciclo.

Si la forma de onda es de tres niveles, y se cumplen todas las condiciones de simetría definidas para el caso de dos niveles, la ecuación general resulta:

$$B_n = \frac{4V_s}{\pi} \left[1 + \sum_{k=1}^m (-1)^k \cos(n\alpha_k) \right]$$

Todas las demás condiciones siguen igual, y se pueden controlar k armónicas, resolviendo un sistema de k ecuaciones con k incógnitas para determinar el valor de los k ángulos que definen la forma de onda.

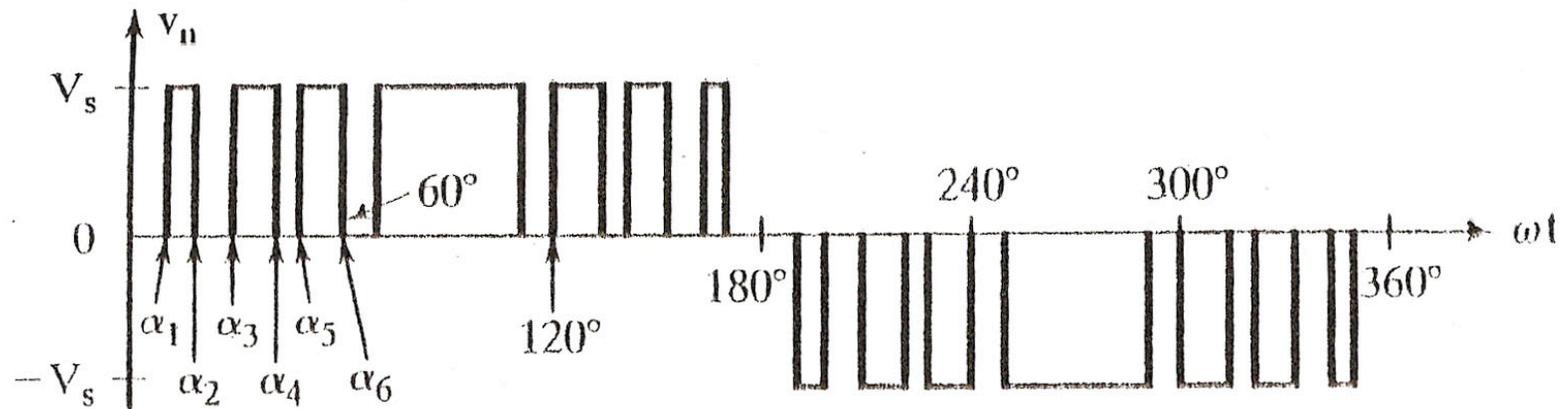
Otra alternativa usada en la modulación para eliminación selectiva de armónicas es forzar la existencia de un pulso central de 60°.

Las muescas deben cumplir ahora con la condición

$$\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_k < \frac{\pi}{3}$$

con lo que la ecuación general es:

$$B_n = \frac{4V_s}{\pi} \left[\frac{1}{2} - \sum_{k=1}^m (-1)^k \cos(n\alpha_k) \right]$$



Eliminación selectiva de armónicas, forma de onda seis ángulos por cuarto de ciclo y pulso central de 60° .

En general, si se selecciona el método de eliminación selectiva de armónicas, los cálculos de los k ángulos se realizan fuera de línea, en un computador que tenga la capacidad de cálculo necesaria, y la tabla de valores resultante se carga en la memoria permanente del controlador del inversor, el cual se encarga de calcular el factor de conversión "ángulo de corte-tiempo de apagado" para cada frecuencia de operación, de leer la serie de ángulos de la tabla en memoria, convertir cada uno en tiempo y controlar el estado de los conmutadores en cada uno de los intervalos.

En estas condiciones el controlador del inversor puede implementarse con un microprocesador/microcontrolador de baja capacidad de cálculo, y por lo tanto, de bajo costo.

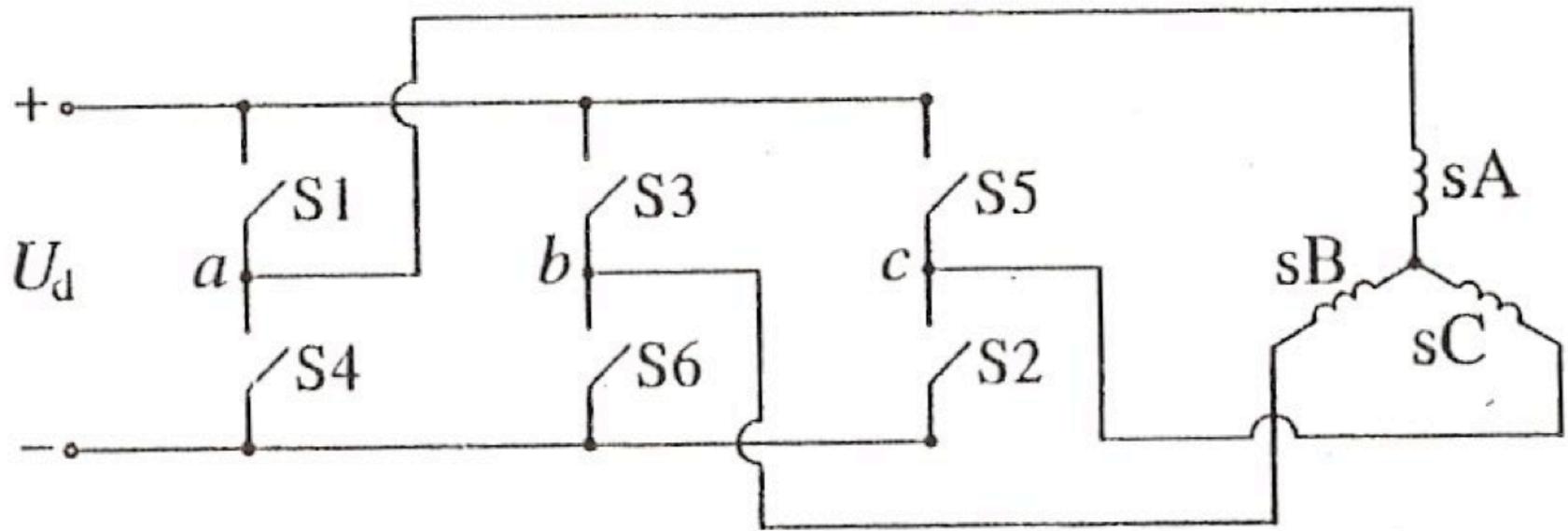
III.- Generación de vectores espaciales de voltaje de estator mediante inversor con control PWM.

En la modulación PWM por comparación y en la de eliminación selectiva de armónicas la hipótesis básica era que se deseaba generar un sistema balanceado en la salida, usualmente trifásico, donde las formas de onda de cada fase son sinusoides de la misma amplitud y frecuencia, con una relación de fase constante.

Para lograr el control vectorial de una máquina AC es preciso controlar en amplitud y fase (posición en el espacio) el vector de campo magnético en el entre-hierro de la máquina en cada intervalo de control. Para lograr esto se debe generar un vector espacial de voltaje cuyo valor debe calcularse para cada intervalo de conmutación, y que generalmente no corresponde al producido por un sistema trifásico balanceado.

En términos de los valores instantáneos de las tres fases de salida del conversor DC-AC (v_a , v_b , v_c), el vector espacial de voltaje de estator resulta:

$$\vec{v}_s^a(t) = v_a(t)e^{j0} + v_b(t)e^{j\frac{2\pi}{3}} + v_c(t)e^{j\frac{4\pi}{3}}$$



Inversor trifásico para control vectorial de una máquina AC.

Refiriendo las salidas al neutro:

$$v_a = v_{aN} + v_N$$

$$v_b = v_{bN} + v_N$$

$$v_c = v_{cN} + v_N$$

y:

$$e^{j0} + e^{j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{4\pi}{3}} = 0$$

Por lo que reemplazando en la ecuación inicial:

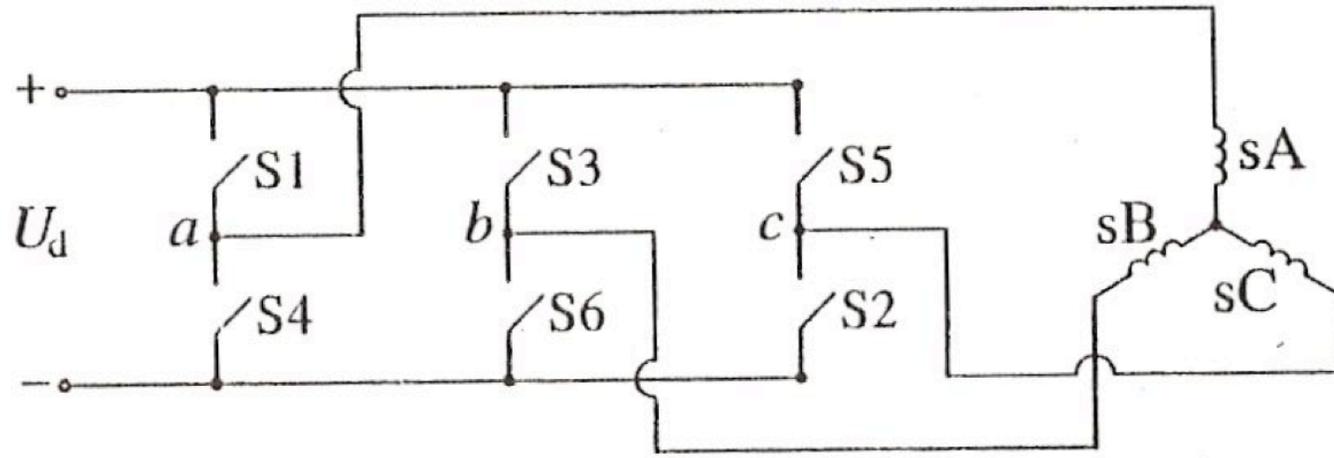
$$\vec{v}_s^a(t) = v_{aN}e^{j0} + v_{bN}e^{j\frac{2\pi}{3}} + v_{cN}e^{j\frac{4\pi}{3}}$$

Si adicionalmente se considera una función de conmutación q para cada polo del inversor de manera que:

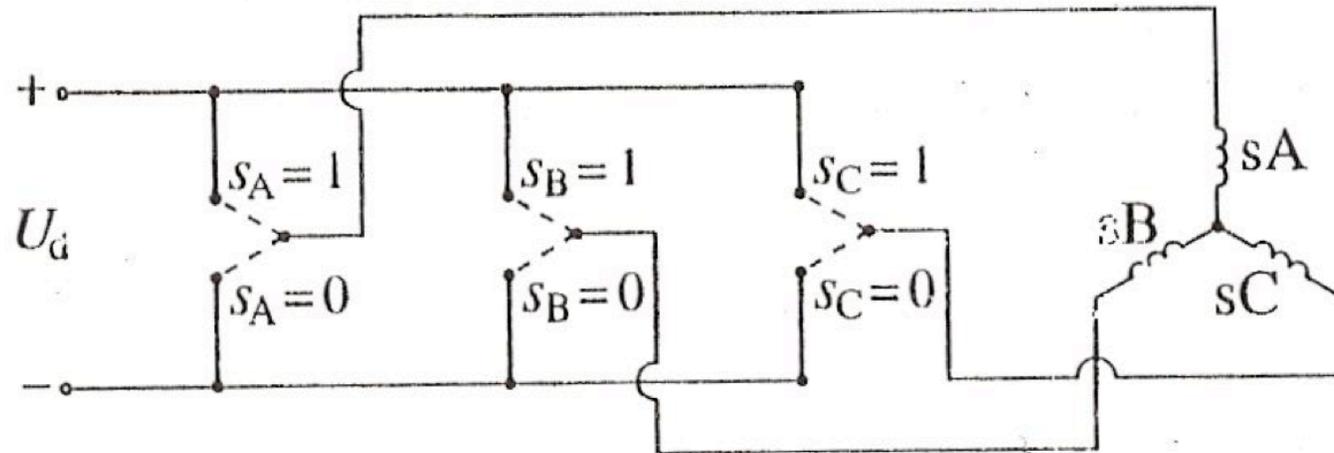
Si $q=1$ se conecta el conmutador superior, conectando la salida a V_d^+ .

Si $q=0$ se conecta el conmutador inferior, conectando la salida a N.

El sistema se puede modelar con conmutadores de dos posiciones.



=



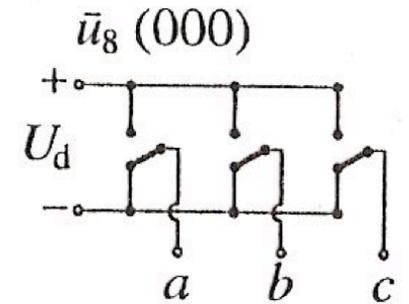
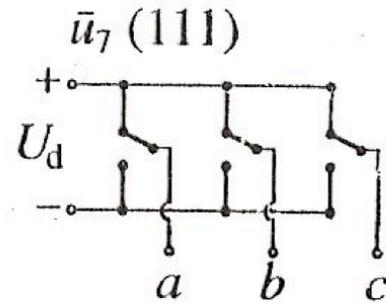
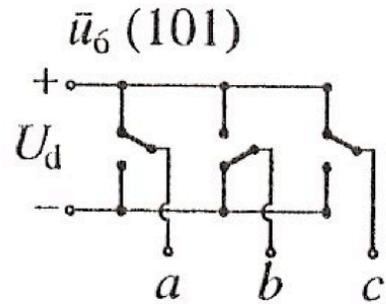
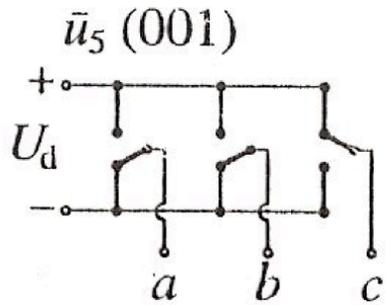
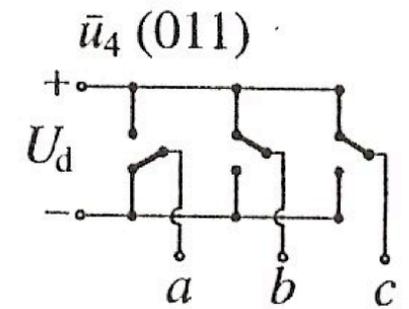
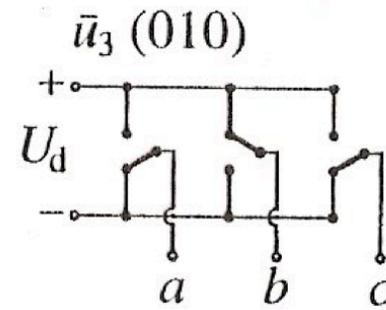
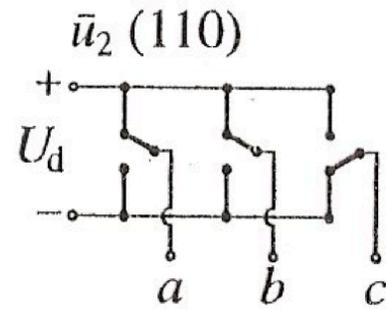
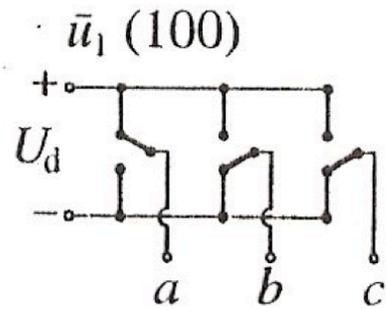
(a)

Modelo equivalente del inversor.

Entonces la ecuación del vector espacial de voltaje de estator queda:

$$\vec{v}_s^a(t) = V_d \left(q_a e^{j0} + q_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + q_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right)$$

Con tres polos en el semi puente inversor trifásico, solo existen ocho posibles estados para la variable de conmutación, una vez que se eliminan los que producen cortocircuitos en alguna de las fases.



Estados posibles a la salida del inversor.

Con estos ocho estados de conmutación, el vector espacial de voltaje de estator solo puede tomar 7 valores básicos distintos, de acuerdo con la tabla de estados.

$$\vec{v}_s^a(000) = \vec{v}_0 = 0$$

$$\vec{v}_s^a(001) = \vec{v}_1 = V_d e^{j0}$$

$$\vec{v}_s^a(010) = \vec{v}_2 = V_d e^{j2\pi/3}$$

$$\vec{v}_s^a(011) = \vec{v}_3 = V_d e^{j\pi/3}$$

$$\vec{v}_s^a(100) = \vec{v}_4 = V_d e^{j4\pi/3}$$

$$\vec{v}_s^a(101) = \vec{v}_5 = V_d e^{j5\pi/3}$$

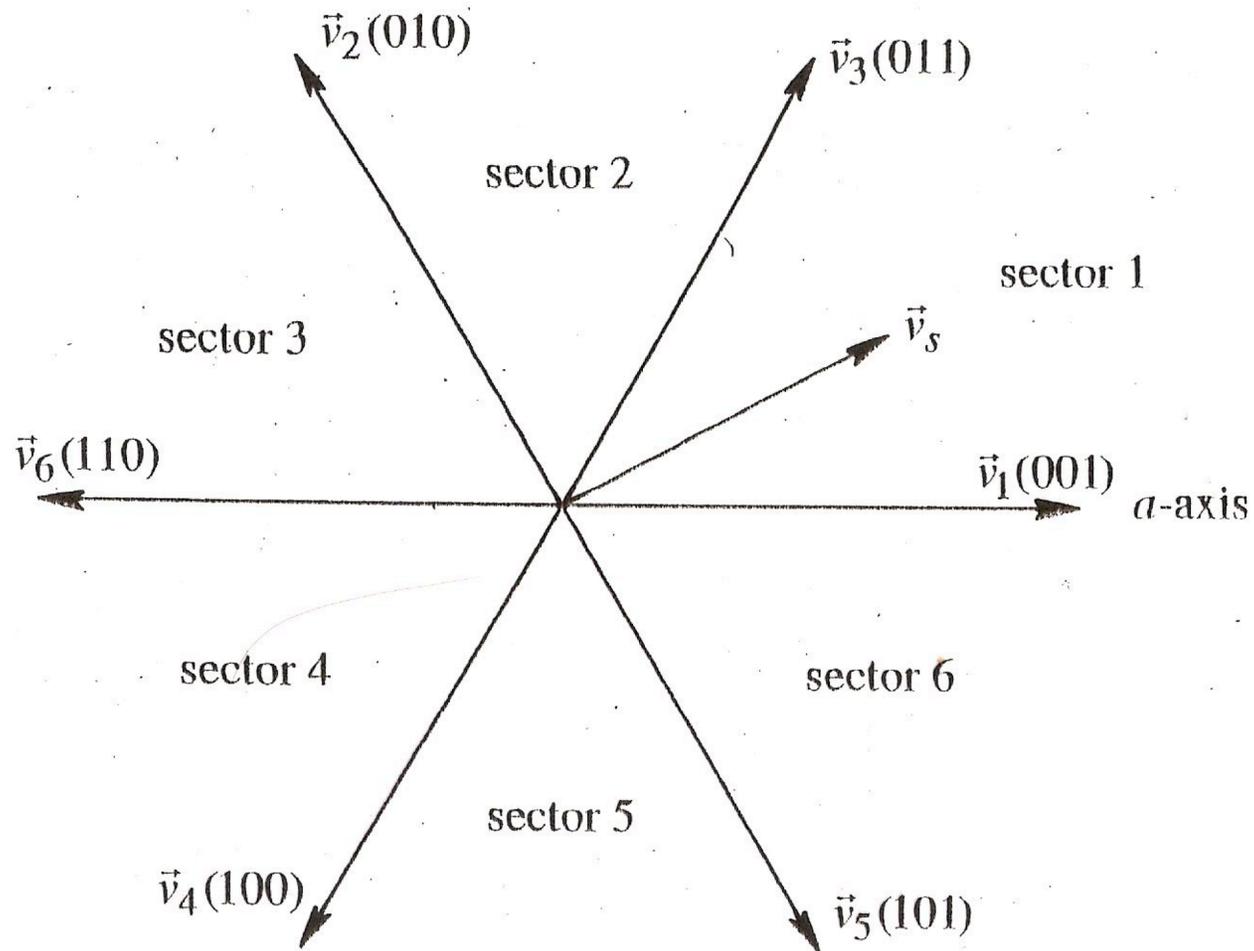
$$\vec{v}_s^a(110) = \vec{v}_6 = V_d e^{j\pi}$$

$$\vec{v}_s^a(111) = \vec{v}_7 = 0$$

**Tabla de vectores base posibles en la salida del
inversor**

Convencionalmente el estado se designa con el número octal definido por los tres dígitos de las variables q correspondientes.

Los vectores “0” y “7” son los vectores nulos, o vectores cero; los otros seis, los llamados “vectores base”, definen seis sectores en el plano.



Los seis vectores espaciales no nulos básicos.

Si se desea un vector v_s de magnitud y ángulo arbitrarios, distinto de cualquiera de los seis vectores no nulos básicos, es posible sintetizarlo como el valor promedio en el intervalo que resulta de una conmutación controlada entre dos vectores no nulos básicos (se acepta el uso de los vectores nulos de ser necesario).

En general no existe una solución única para la generación de un vector espacial dado (salvo en el caso de los 7 básicos), por lo que se debe seleccionar la "mejor" solución.

Las reglas a cumplir en esta modulación son:

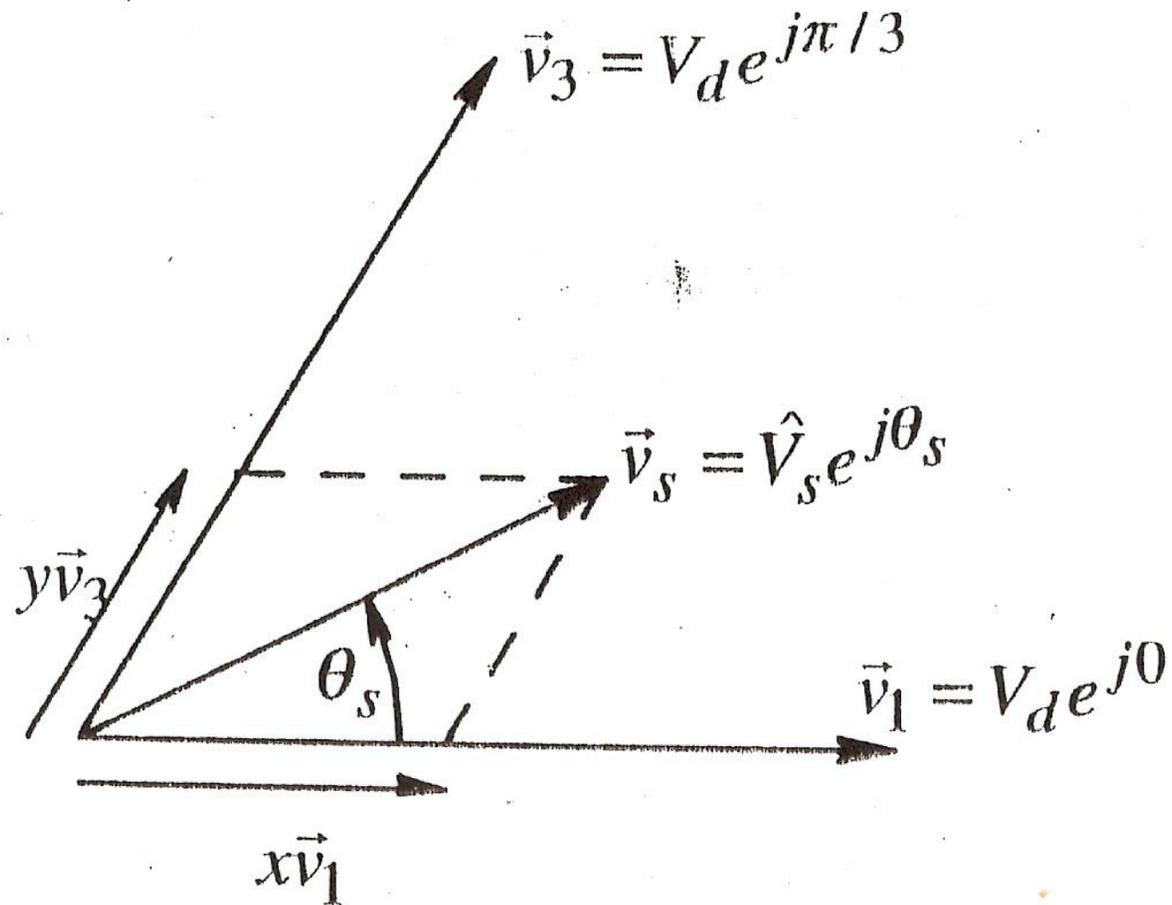
- 1-Frecuencia de conmutación, f_s , constante.
- 2-Operar con la menor desviación instantánea del valor de referencia.
- 3-Maximizar el uso del voltaje del bus dc.
- 4-Minimizar el rizado de la corriente del motor.
- 5- Minimizar las pérdidas por conmutación en el inversor.

En general estas reglas se cumplen si el vector deseado se sintetiza empleando los dos vectores básicos que limitan el sector donde se encuentra el vector a sintetizar, y los dos vectores nulos, de forma que cada transición se realice cambiando el estado de un solo conmutador, para minimizar el número total de conmutaciones y, por lo tanto, las pérdidas por conmutación en el inversor.

En el ejemplo, el vector \mathbf{v}_s a sintetizar es:

$$\vec{v}_s^a = \hat{V}_s e^{j\Theta_s}$$

El vector esta en el sector 1, limitado por los vectores básicos 1 y 3.



Ejemplo de generación de un vector espacial de voltaje arbitrario a partir de los vectores espaciales básicos de salida del inversor.

Si el período de tiempo en el cual debe ser sintetizado el vector \vec{v}_s es T_s , la ecuación de síntesis es:

$$\vec{v}_s^a = \frac{1}{T_s} [xT_s\vec{v}_1 + yT_s\vec{v}_3 + zT_s\mathbf{0}]$$

$$\vec{v}_s^a = x\vec{v}_1 + y\vec{v}_3$$

donde:

$$x + y + z = 1$$

Expresando la ecuación de síntesis en función de los módulos y ángulos de los vectores resulta:

$$\hat{V}_s e^{j\Theta_s} = xV_d e^{j0} + yV_d e^{j\frac{\pi}{3}}$$

Y la solución a las incógnitas (x, y) se encuentra expresando esa ecuación en función de su parte real y su parte imaginaria, lo que genera un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (x,y), en función de los datos (la tensión V_d y el módulo y ángulo de V_s).

Nótese que, por construcción, los vectores básicos están separados por una conmutación, en este caso, $V1$ (001) y $V3$ (011).

La generación de Vs puede hacerse por ejemplo siguiendo la secuencia:

$V1, V3, V7$ (vector nulo 111)

También es válida:

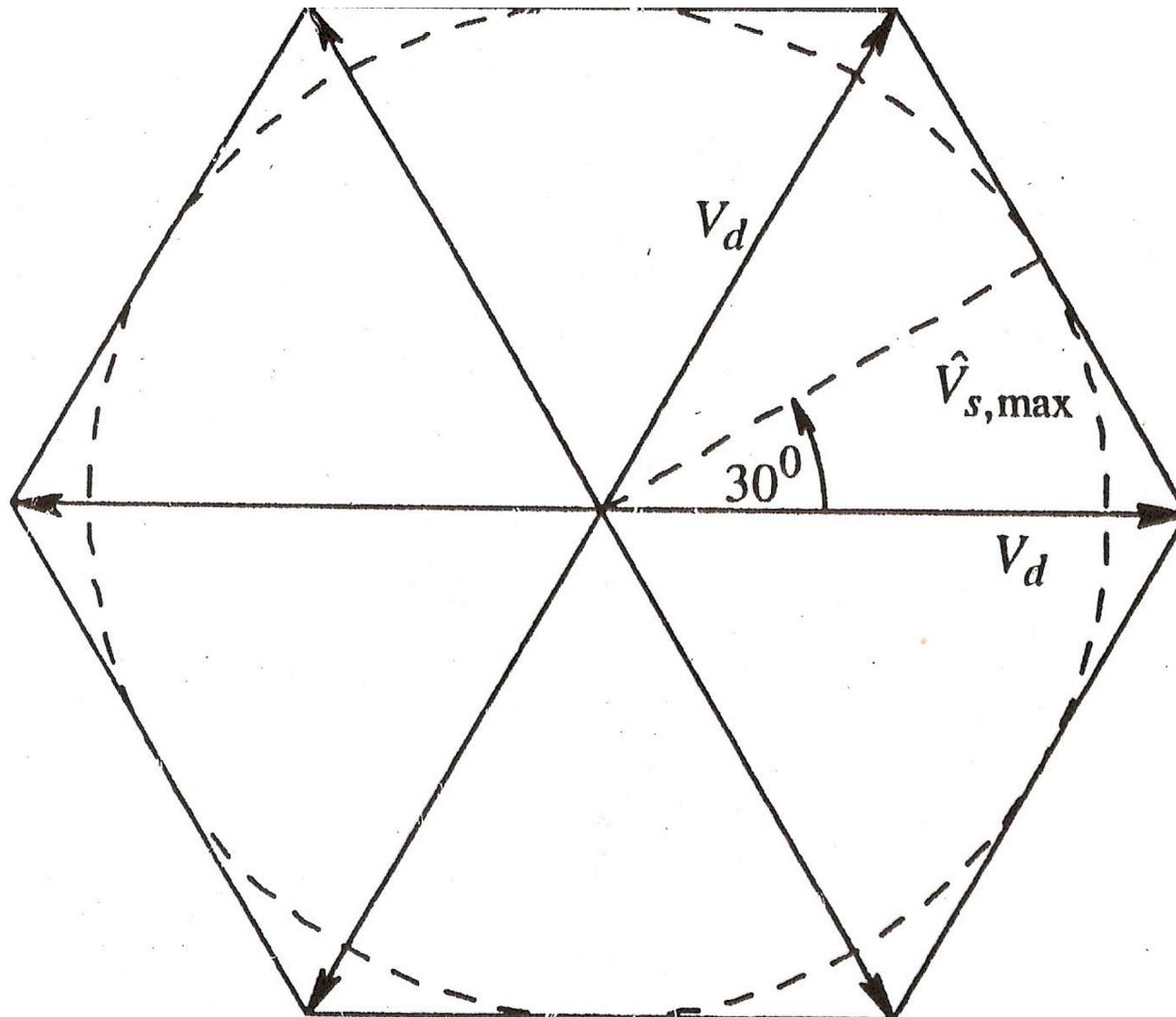
$V3, V1, V0$ (vector nulo 000)

Y las alternativas que incluyen los vectores nulos al inicio de la secuencia.

La selección en cada caso se hará teniendo en cuenta el estado final al que llegó el sistema con la síntesis del vector en el intervalo anterior.

Límite de la amplitud de los voltajes espaciales generados.

Por razones evidentes, la máxima amplitud que puede alcanzar un vector espacial sintetizado de esta forma es el hexágono cuyos vértices corresponden con la amplitud de los seis vectores básicos.



Lugar geométrico de los vectores espaciales que pueden ser generados por el inversor.

Adicionalmente, si se desea evitar distorsión en las corrientes, la amplitud máxima del vector generado debe quedar limitada al círculo circunscrito dentro del hexágono básico.

Por geometría se tiene:

$$\hat{V}_{s\max} = V_d \cos\left(\frac{60^\circ}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} V_d$$

de donde, los límites correspondientes aplicados al voltaje de fase y al voltaje línea-línea resultan:

$$\hat{V}_{\text{fase max}} = \frac{2}{3} \hat{V}_{s\max} = \frac{1}{\sqrt{3}} V_d$$

$$\hat{V}_{l-l\max} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \hat{V}_{\text{fase max}} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_d$$

Consideración final.

En todos los casos de modulación PWM es posible que el algoritmo seleccionado produzca algunos pulsos cuya duración está por debajo del tiempo mínimo previamente definido por el sistema de disparo teniendo en cuenta las características de los conmutadores de potencia que van a ser empleados y los posibles circuitos de ayuda a las conmutaciones.

Estos pulsos serán eliminados, o por un proceso de comprobación incluido en el algoritmo, o por los circuitos de control de los conmutadores electrónicos.

Por lo tanto la forma de onda efectivamente sintetizada será distinta de la calculada por el algoritmo, lo que introduce una limitación física inevitable en el grado de precisión con el cual es posible sintetizar la salida.

Este elemento tiene que ser considerado cuando se define la resolución necesaria en el proceso de cálculo para no aumentar innecesariamente los costos y la complejidad del sistema de control.