

Conductores ideales y reales.

Idealmente un conductor debe tener impedancia cero, esto es su resistencia debe ser cero (no debe haber pérdidas de transmisión) y su reactancia debe ser cero a todas las frecuencias (no debe introducir retardo de fase); además debe ser capaz de conducir cualquier cantidad de corriente (la densidad de corriente manejable debe ser infinita).

Estrictamente hablando si existen conductores ideales, los llamados "superconductores", pero además de requerir materiales muy especiales, solo pueden operar a temperaturas cercanas al cero absoluto, del orden de unos 3 o 4°K, lo que los hace totalmente inútiles para aplicaciones convencionales.

Para todo propósito, en el estado actual de la tecnología, no existen conductores ideales, aunque se investiga la posibilidad de desarrollar superconductores que operen a unos -195°C (78°K), la temperatura de ebullición del nitrógeno líquido a una atmósfera.

Los conductores reales difieren de los ideales en los siguientes puntos:

I.- Resistencia: Todo material tiene una resistividad específica ρ , que produce una resistencia, R , que, asumiendo una pieza del material homogéneo y de sección transversal constante, viene dada por:

$$R = \frac{\rho l}{A}$$

Donde l es la longitud de la pieza del material considerado en metros y A es la sección transversal en m^2 .

Tabla de resistividad de algunos materiales (cortesía de www.unicrom.com)

Material	Resistividad a 23°C en ohmios - metro	Material	Resistividad a 23°C en ohmios - metro
Plata	1.59×10^{-8}	Nicromio	1.50×10^{-6}
Cobre	1.68×10^{-8}	Carbón	3.5×10^{-5}
Oro	2.20×10^{-8}	Germanio	4.6×10^{-1}
Aluminio	2.65×10^{-8}	Silicio	6.40×10^2
Tungsteno	5.6×10^{-8}	Piel humana	5.0×10^5 aprox.
Hierro	9.71×10^{-8}	Vidrio	10^{10} to 10^{14}
Acero	7.2×10^{-7}	Hule	10^{13} aprox.
Platino	1.1×10^{-7}	Sulfuro	10^{15}
Plomo	2.2×10^{-7}	Cuarzo	7.5×10^{17}

Evidentemente, para fabricar un alambre conductor el primer paso es seleccionar un material de la menor resistividad posible. El mejor conductor es la plata, pero su precio la hace aplicable solo en casos muy especiales (proyecto Manhattan); el material usado normalmente es el cobre, aunque está aumentando el uso del aluminio por ser mas barato, aunque tiene mayor resistividad y problemas para soldar.

En general la longitud del cable está fijada por la aplicación, así que, una vez seleccionado el material, la variable libre es el diámetro del cable.

Desde el punto de vista de minimizar la resistencia resultante, idealmente contra mas grueso mejor pero, por supuesto, también mas caro, pesado y difícil de manejar, por lo que es necesario llegar a un compromiso entre la búsqueda de la menor resistencia posible y los

factores práctico-económicos. los factores a considerar en la selección son:

I.- Pérdidas en el cable: Si la corriente rms que se debe conducir es I_a , las pérdidas en el alambre, P_a , son:

$$P_a = I_a^2 R = \frac{I_a^2 \rho l}{A}$$

El volumen, V_{ol} del cable es:

$$V_{ol} = lA$$

Y las pérdidas volumétricas, P_v , en el cable son:

$$P_v = \frac{I_a^2}{V_{ol}} = \frac{I_a^2 \rho l}{lA} = \frac{I_a^2 \rho l}{A^2}$$

II.- Capacidad de transporte de corriente: La densidad de corriente en el cable, J_a , es:

$$J_a = \frac{I_a}{A}$$

Y las pérdidas volumétricas en función a la densidad de corriente son:

$$P_v = \frac{I_a^2}{A^2} = J_a^2 \rho$$

La resistividad del cobre empleado en los cables conductores es del orden de $1,724 \cdot 10^{-8} \Omega\text{-m}$.

Un cubo de 1cm^3 de ese conductor puede disipar alrededor de 1W sin mucho problema, lo que significa que el cable en condiciones normales puede operar con una densidad de potencia máxima del orden de 10^6W/m^3 .

La densidad de corriente máxima, J , que corresponde a esa densidad de potencia es:

$$J = \sqrt{\frac{P_v}{\rho}} = \sqrt{\frac{10^6 \text{ W} / \text{m}^3}{1,724 * 10^{-8} \Omega \text{m}}} = 7,62 * 10^6 \text{ A} / \text{m}^2$$

Para incluir un factor de seguridad, suele considerarse que los valores máximos de densidad de corriente en un conductor de cobre deben estar entre 100 y 1000A/cm² (de 10⁶ a 10⁷ A/m³).

El valor menor debe aplicarse cuando se considera el cableado dentro de gabinetes cerrados, donde se debe asumir mala disipación de calor; y el valor mayor para el cableado en espacios abiertos.

Tabla de diámetros estándar de cables y sus características.

AWG Number	Diameter (mm)	Cross-Sectional Area (mm ²)	Resistance, mΩ/m at 25°C	Current Capacity, 500 A/cm ²	Current Capacity, 100 A/cm ²
4	5.189	21.15	0.8314	105.8	21.15
6	4.115	13.30	1.322	66.51	13.30
8	3.264	8.366	2.102	41.83	8.366
10	2.588	5.261	3.343	26.31	5.261
12	2.053	3.309	5.315	16.54	3.309
14	1.628	2.081	8.451	10.40	2.081
16	1.291	1.309	13.44	6.543	1.309
18	1.024	0.8230	21.36	4.115	0.8230
20	0.8118	0.5176	33.96	2.588	0.5176
22	0.6438	0.3255	54.00	1.628	0.3255
24	0.5106	0.2047	85.89	1.024	0.2047
26	0.4049	0.1288	136.5	0.6438	0.1288
28	0.3211	0.08098	217.1	0.4049	0.08098
30	0.2546	0.05093	345.1	0.2546	0.05093
32	0.2019	0.03203	549.3	0.1601	0.03203
34	0.1601	0.02014	873.3	0.1007	0.02014
36	0.127000	0.0126677	1389.	0.06334	0.0126677
38	0.1007	0.007967	2208.	0.03983	0.007967
40	0.07987	0.005010	3510.	0.02505	0.005010

III.-Selección del calibre de cable adecuado.

A.- En circuitos de alimentación.

1.- La alimentación de una computadora requiere 5V a 200W mediante un cable de 50cm. El procedimiento para determinar el calibre del cable necesario es el siguiente:

La corriente máxima a entregar a la carga será:

$$I = \frac{P}{V} = \frac{500W}{5V} = 40A$$

Asumiendo que se desea que la caída de tensión en el cable sea del orden de un 1% o menos, esto es 50mV, resulta:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{50 * 10^{-3}V}{40A} = 1,25 * 10^{-3} \Omega = 1,25m\Omega$$

Conocida la resistencia total del cable, la resistencia por metro resulta $1,25\text{m}\Omega/0,5\text{m} = 2,5\text{m}\Omega/\text{m}$.

Por lo tanto debe seleccionarse un cable con una resistencia igual o menor a este valor.

Conocido este dato, se revisa la tabla de características de cables y se encuentra que el cable #8 tiene una resistencia de $2,102\text{m}\Omega/\text{m}$, y que eso le asigna una capacidad de conducir una corriente de $41,83\text{A}$ a una densidad de corriente de $500\text{A}/\text{cm}^2$.

Como última comprobación, la potencia disipada en el cable será:

$$P_a = I^2 R = (40\text{A})^2 * 1,25 * 10^{-3} \Omega = 2\text{W}$$

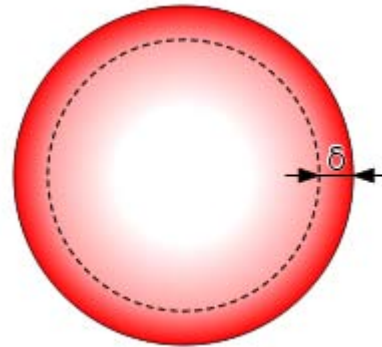
Desde el punto de la disipación de calor, 2W en 50cm de cable no causan problemas, pero representan el 1% de la potencia nominal de la fuente; esto puede no ser aceptable, lo que obligaría a fijar una caída de tensión mas baja en el cable; el resultado del re-cálculo será sin duda la necesidad de usar un cable de mayor diámetro.

B.- En circuitos de conmutación.

Las consideraciones anteriores asumen implícitamente que toda la sección transversal de un cable conductor de material homogéneo está disponible para la conducción de corriente, esto es, que la corriente disponible se reparte uniformemente en el área completa disponible.

En DC es totalmente cierto, y en aplicaciones alternas de baja frecuencia eso es una aproximación razonable en general, pero si la frecuencia de la señal a transmitir

aumenta, es necesario tener en cuenta el "efecto pelicular" ("skin effect") que limita la penetración de la corriente a un casquete cilíndrico que empieza en la cara externa del conductor y termina a profundidad variable, pero sin llegar al centro del cilindro conductor.



Efecto pelicular en un conductor circular de material homogéneo. δ es la sección de conducción efectiva debido al efecto pelicular.

La profundidad de penetración de la corriente, δ , es:

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}}$$

Donde ρ es la resistividad del material, ω es la frecuencia de la señal y μ es la permeabilidad magnética del material. La profundidad de penetración queda expresada en metros.

Para el cobre de los conductores cilíndricos homogéneos, δ_{Cu} , es:

$$\delta = 0,166 \sqrt{\frac{1}{\omega}}$$

La reducción del área disponible para conducción que resulta del efecto pelicular afecta significativamente la capacidad de transportar corriente de los cables.

Como ejemplo, un cable de calibre #18 tiene, según las especificaciones, 1,024mm de diámetro, una sección

transversal de $0,823 \text{ mm}^2$ y una resistencia de $21,36 \text{ m}\Omega/\text{m}$.

Mientras la frecuencia de operación no supera unos 15 kHz ese valor no es afectado significativamente, ya que a esa frecuencia la profundidad de penetración es:

$$\delta = 0,166 \sqrt{\frac{1}{\omega}} = 0,166 \sqrt{\frac{1}{2\pi 15.000}} \approx 0,54 \text{ mm}$$

Esto es, la profundidad de penetración calculada teóricamente es mayor que el radio del alambre, lo que implica evidentemente penetración total.

Pero, si por ejemplo se opera a una frecuencia de conmutación de 100 kHz , la profundidad de penetración se reduce significativamente:

$$\delta = 0,166 \sqrt{\frac{1}{\omega}} = 0,166 \sqrt{\frac{1}{2\pi 100.000}} \approx 0,2 \text{ mm}$$

El área disponible es entonces el área original, $0,823 \text{ mm}^2$ menos el área del disco interior a donde ya no alcanza a penetrar la corriente. El área perdida, A_p , resulta:

$$A_p = \pi(0,512 \text{ mm} - 0,2 \text{ mm})^2 \approx 0,3 \text{ mm}^2$$

Por lo que el área efectiva de conducción a 100 kHz se reduce a:

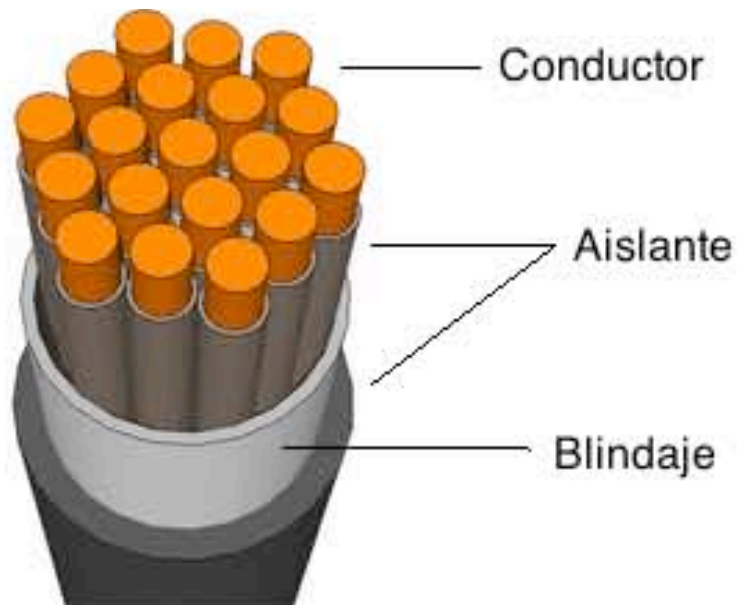
$$A_{ec} = 0,833 \text{ mm}^2 - 0,3 \text{ mm}^2 = 0,517 \text{ mm}^2$$

Y la resistencia efectiva pasa a ser:

$$R = \frac{\rho l}{A} = \frac{1,724 * 10^{-8} \frac{\Omega}{m} * 1 \text{ m}}{0,517 * 10^{-6} \text{ m}^2} \approx 33,35 \text{ m}\Omega$$

El calibre efectivo de los cables de conexión debe ser considerado con cuidado sobre todo en los circuitos en los que circulan corrientes pulsantes, ya que los pulsos producirán necesariamente variaciones bruscas en la tensión que pueden causar errores.

En muchos casos la solución al problema del efecto superficial requiere del uso de conductores especiales, basados en el "cable de Litzendraht" ("Litz wire"), formado por un arreglo de múltiples hilos conductores de muy bajo diámetro aislados individualmente, conectados en paralelo en ambos extremos y agrupados en un solo cable (por supuesto, mas costoso que los cables normales).



Cable de Litzen draht de 19 hilos paralelos.

En general estos cables operan sin problemas hasta frecuencias del orden de 1MHz; a partir de esta frecuencia empiezan a ser importantes los efectos de las capacitancias parásitas entre los hilos, que suelen hacer que este tipo de cables sea inadecuado para frecuencias del orden de los 2MHz o mayores.

II:- Inductancia.

Siempre que circula corriente por un conductor se cumple la Ley de Ampere y al conductor queda rodeado por un campo magnético, lo que de hecho lo convierte en una inductancia.

Por lo tanto la impedancia de todo conductor activo, esto es que conduce corriente, no solo tiene el componente resistivo debido a la resistividad del alambre; también incluye un componente reactivo de características inductivas debido al campo que genera la corriente.

La inductancia de un alambre cilíndrico, L_w , resulta:

$$L_w = \left[\frac{\mu_w}{8\pi} + \frac{\mu_o}{2\pi} \left(\frac{D}{r} \right) \right] l$$

Donde l es la longitud del alambre, μ_w es la permeabilidad magnética del material del alambre, μ_o es la permeabilidad magnética del aire o del aislante que recubre al alambre (usualmente iguales), r es el radio del alambre y D es la distancia al alambre de retorno.

El primer término es la auto-inductancia del cable, el segundo la inductancia externa.

En los cables normales de Cu o Al μ_w es equivalente a μ_o , al igual que en la mayor parte de los materiales aislantes.

La auto-inductancia interna del cable es $5 \cdot 10^{-8} \text{H/m}$. La inductancia externa depende de la geometría del cableado, pero la relación logarítmica indica que la dependencia de la distancia tiende a atenuarse; muchos

textos indican que es razonable usar un valor promedio del orden de 5nH/cm.

Este componente se puede reducir significativamente (por un factor de 2,5) si los cables de ida y retorno se implementan con cable trenzado; pero por otra parte, en un diseño poco cuidadoso donde los cables de ida y retorno están alejados es raro encontrar que la inductancia del cableado tenga valores mayores que 10nH/cm.

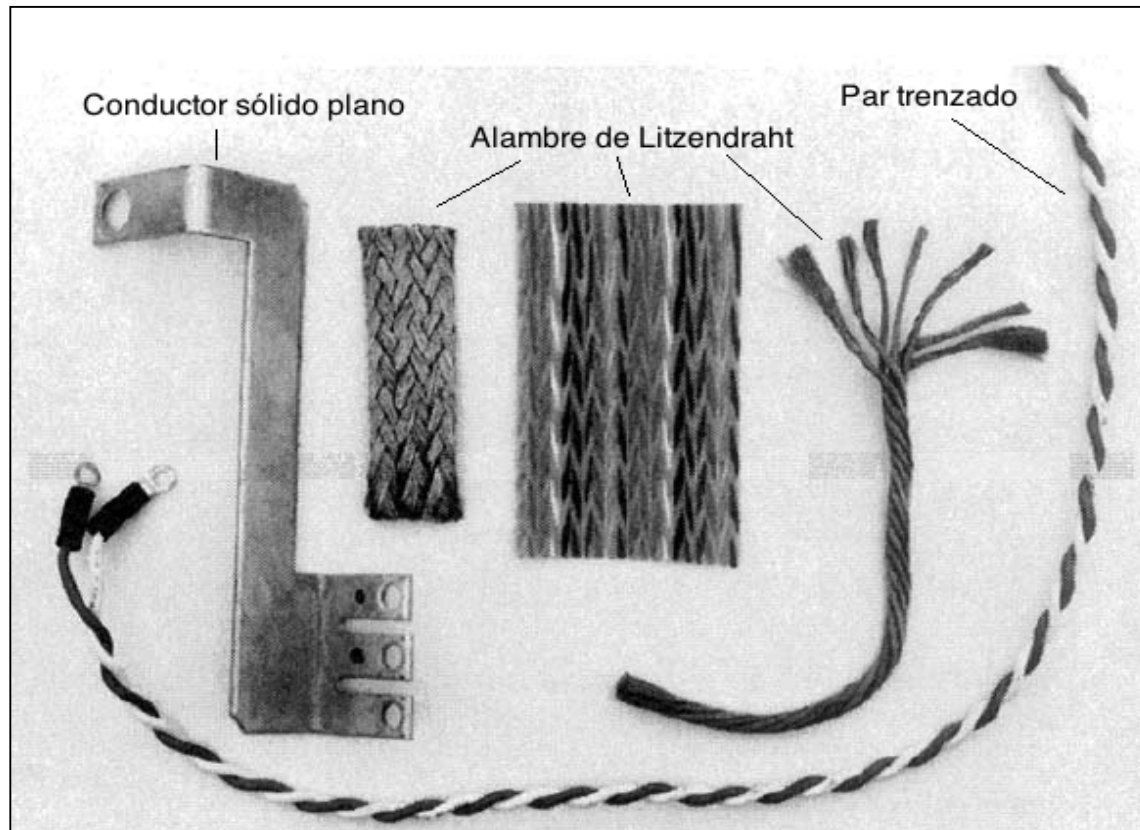
Al calcular la inductancia total en el lazo se deben sumar las longitudes del cable de ida y el de retorno de la señal considerada.

Valores típicos de la inductancia externa en cableados.

Cableado	D/r	Inductancia (nH/m)
Cables aislados muy separados	100	1000
Ida y regreso distancia media	10	500
Ida y regreso cercanos	5	350
Par trenzado, aislante grueso	3	250
Par trenzado, aislante delgado	2,1	200

La auto-inductancia interna es difícil de reducir, aunque el uso de barras planas o de conductores especiales hechos de un arreglo de múltiples alambres aislados de

muy bajo calibre trenzados fuertemente ("alambre de Litzendraht") ayuda a minimizarla.



Distintos tipos de conductores con autoinductancia reducida.

Para evaluar el efecto de la inductancia del cableado se puede considerar el caso de un cargador de batería: la batería de 12V es grande y el arreglo del equipo requiere que la conexión al cargador sea mediante dos cables, cada uno de 20cm de largo y 2mm de diámetro; los cables están separados por 10cm.

La corriente de carga es de 50A y el tiempo de conmutación del conversor DC/DC del cargador es de 200ns.

En estas condiciones la longitud total del cable de carga son 40cm, la relación D/r es 100, por lo que de la tabla se estima que el valor la inductancia del cableado será del orden de 1000nH/m, para un valor de $0,40m * 1000nH/m = 400nH$.

La inductancia del cableado queda en serie con la salida del conversor DC/DC que está tratando de conmutar a

200ns; por lo tanto se producirá una sobretensión por efecto del di/dt de conmutación.

$$v_{L_w}(t) = L_w \frac{\Delta i_w(t)}{\Delta t} = 400 * 10^{-9} H \frac{50 A}{200 * 10^{-9} s} = 100V$$

El conmutador del conversor debe soportar una sobre tensión de 100V debido a la conmutación, para una tensión de bloqueo mínima de 120V; el valor pico de la sobre tensión es 10 veces mayor que el valor DC de la tensión de salida.

Evidentemente, los problemas que puede generar un cableado "dejado al azar" son potencialmente destructivos en aplicaciones de potencia, por lo que es preciso emplear métodos sistemáticos de evaluación y reducción de las impedancias parásitas (resistencias e inductancias) asociadas a las conexiones.