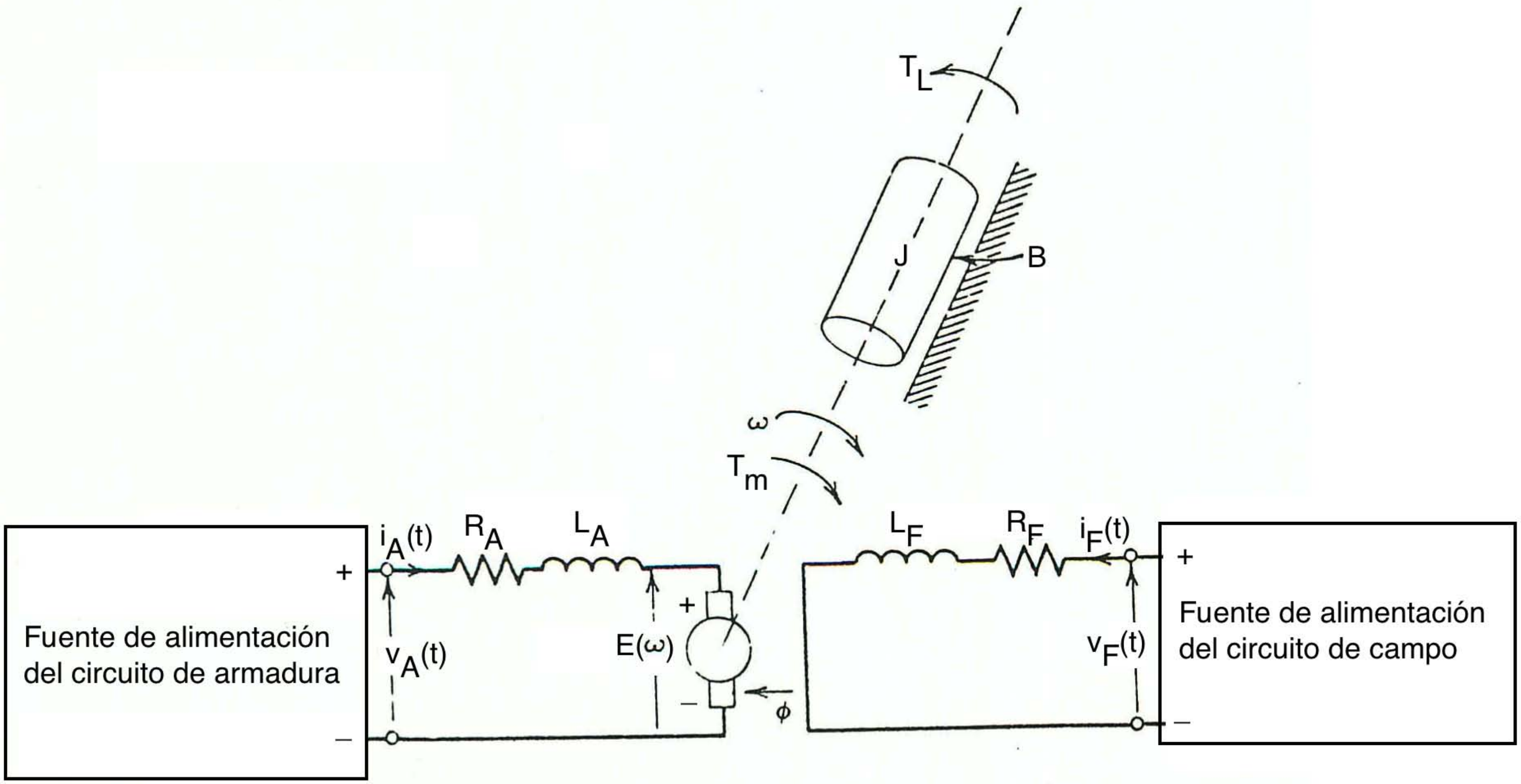
Características de operación de las Maquinas DC de rotor bobinado con conexión independiente y de las Maquinas DC de imán permanente



Esquema operativo de una máquina DC de campo bobinado en conexión independiente (en la de imán permanente no existe circuito de campo)

Modelo eléctrico equivalente de una máquina DC

Por inspección del circuito del rotor se tiene:

$$\boxed{v_a(t) = e_\omega(t) + R_a \bar{i}_a(t) + L_a \frac{d\bar{i}_a(t)}{dt}}$$

En estado estacionario, las variables alcanzan su valor estable y la ecuación estacionaria resulta:

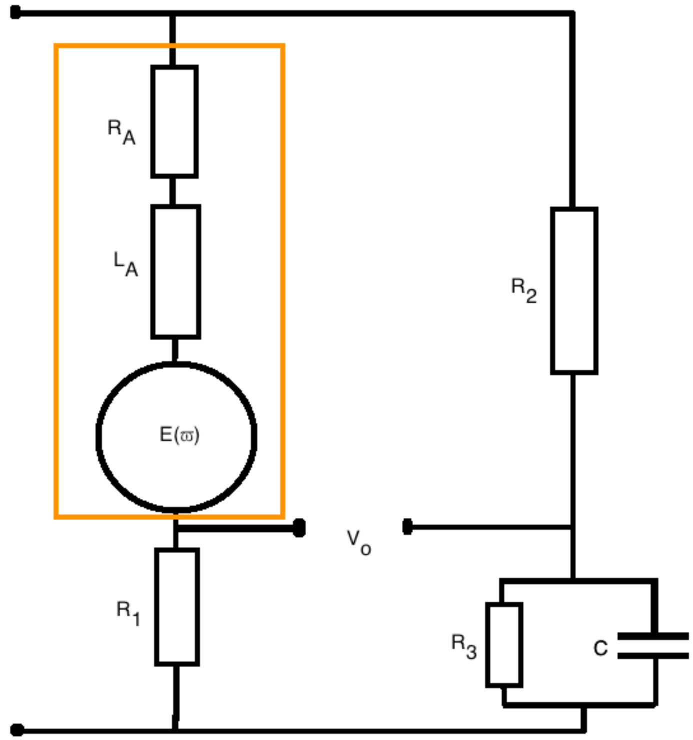
$$\boxed{V_a = E(\omega) + R_a I_a}$$

El valor de la fuerza contra electromotriz, $E(\omega)$, y el par electromagnético, T_{em}, generados por la interacción entre el campo del estator y la corriente en el circuito del rotor son respectivamente:

$$\boxed{E(\omega) = k_{\phi}\omega_{m}}$$

$$\boxed{T_{em} = k_{\phi}I_{a}}$$

La relación entre la tensión contra electromotriz y la velocidad angular puede ser empleada par tener información sobre la velocidad del motor mediante un circuito relativamente simple de tipo puente.



Para lograr el balance DC:

$$\frac{R_a}{R_1} = \frac{R_2}{R_3}$$

Y para el balance AC:

$$\frac{L_a}{R_a} = CR_3$$

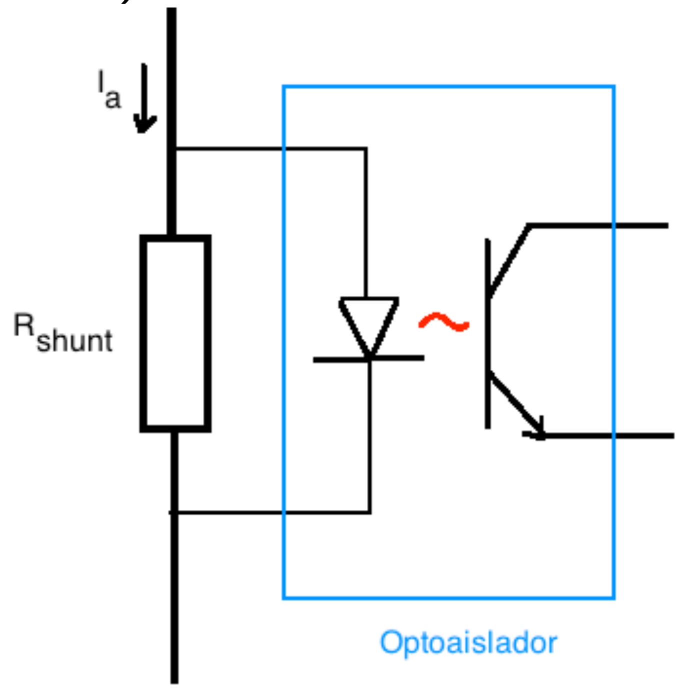
De donde resulta:

$$V_o = \frac{E(\omega)}{1 + \frac{R_2}{R_3}}$$

Para reducir las pérdidas de inserción R_1 debe ser una resistencia de bajo valor y la serie R_2+R_3 debe ser de alto valor.

La medición no es exacta, porque las resistencias, especialmente R_a y R_1 pueden cambiar significativamente su valor al calentarse cuando la máquina opera, pero pueden proporcionar una señal de emergencia por sobre-velocidad con bajo costo, especialmente en aplicaciones donde no se instale un medidor de velocidad dedicado.

Un circuito simple que proporciona una señal de alarma (con opto-aislamiento) en caso de sobre-corriente.



Si $I_a R_{shunt} = V_{AKon}$ el fototransistor cambia de estado a encendido lo que indica "falla".

Por lo tanto:

$$R_{shut} = \frac{V_{AKon}}{I_{asc}}$$

$$P_{shuntM} = R_{shunt} I_{asc}^2 = \frac{V_{AKon}}{I_{asc}} I_{asc}^2 = V_{AKon} I_{asc}$$

donde I_{asc} es el valor de la sobre-corriente que se desea detectar

Este circuito es adecuado para aplicaciones con motores de baja potencia, donde las pérdidas de inserción son bajas y proporciona un canal independiente y muy simple para detectar la condición de sobre-corriente

Formas posibles de generar el campo:

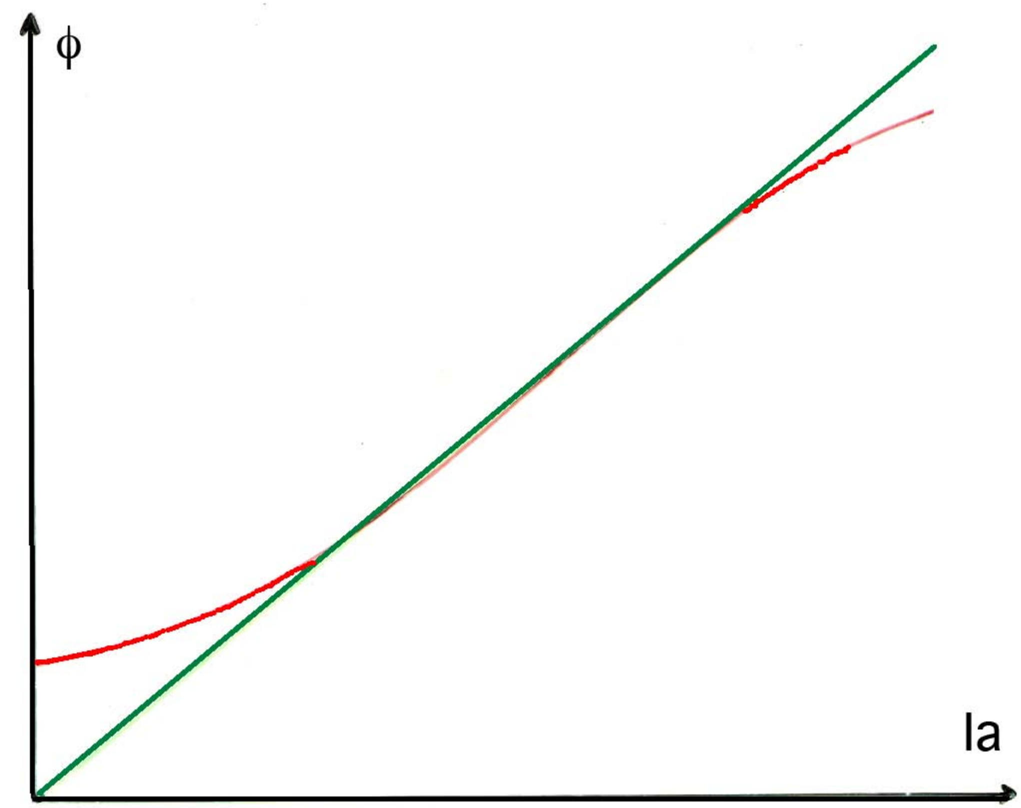
I.- Motor de imán permanente:

El campo del estator es el campo del imán permanente, luego k_ϕ es constante mientras no se produzcan daños en el imán.

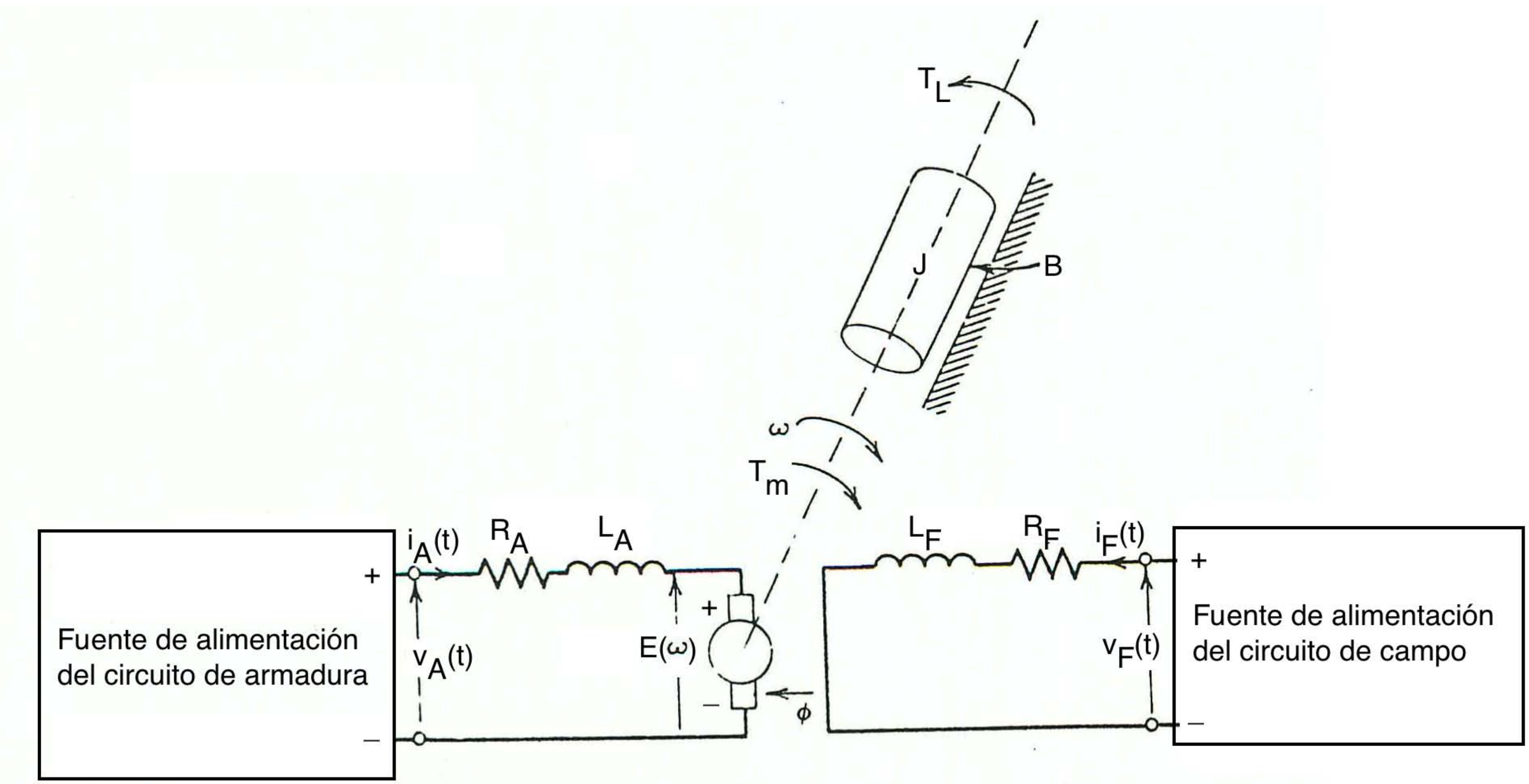
II.- Motor de campo bobinado:

El campo del estator es el campo generado por la corriente circulante en la bobina de armadura, $i_f(t)$, luego k_ϕ es variable en función de la magnitud de $i_f(t)$.

Para continuar el análisis en estado estacionario, se asume que $i_f(t)$ se mantiene constante en un valor I_f.



Campo, Φ, vs. corriente de campo, I_F
Trazo rojo: curva real
Trazo verde: aproximación lineal



Modelo eléctro-mecánico equivalente de una máquina DC con campo independiente

Cuando la máquina eléctrica DC opera como motor, la potencia eléctrica entregada por la fuente externa de alimentación, P_e, es:

$$\boxed{P_e = V_a I_a = I_a^2 R_a + E(\omega) I_a}$$

$\boxed{I_a^2 R_a}$ = pérdidas por disipación en el circuito de armadura.

$\boxed{E(\omega) I_a}$ = potencia eléctrica transferida al sistema mecánico por el proceso de conversión electro-mecánica de energía que resulta de la interacción entre la corriente del rotor y el campo del estator.

La potencia mecánica generada por el motor es:

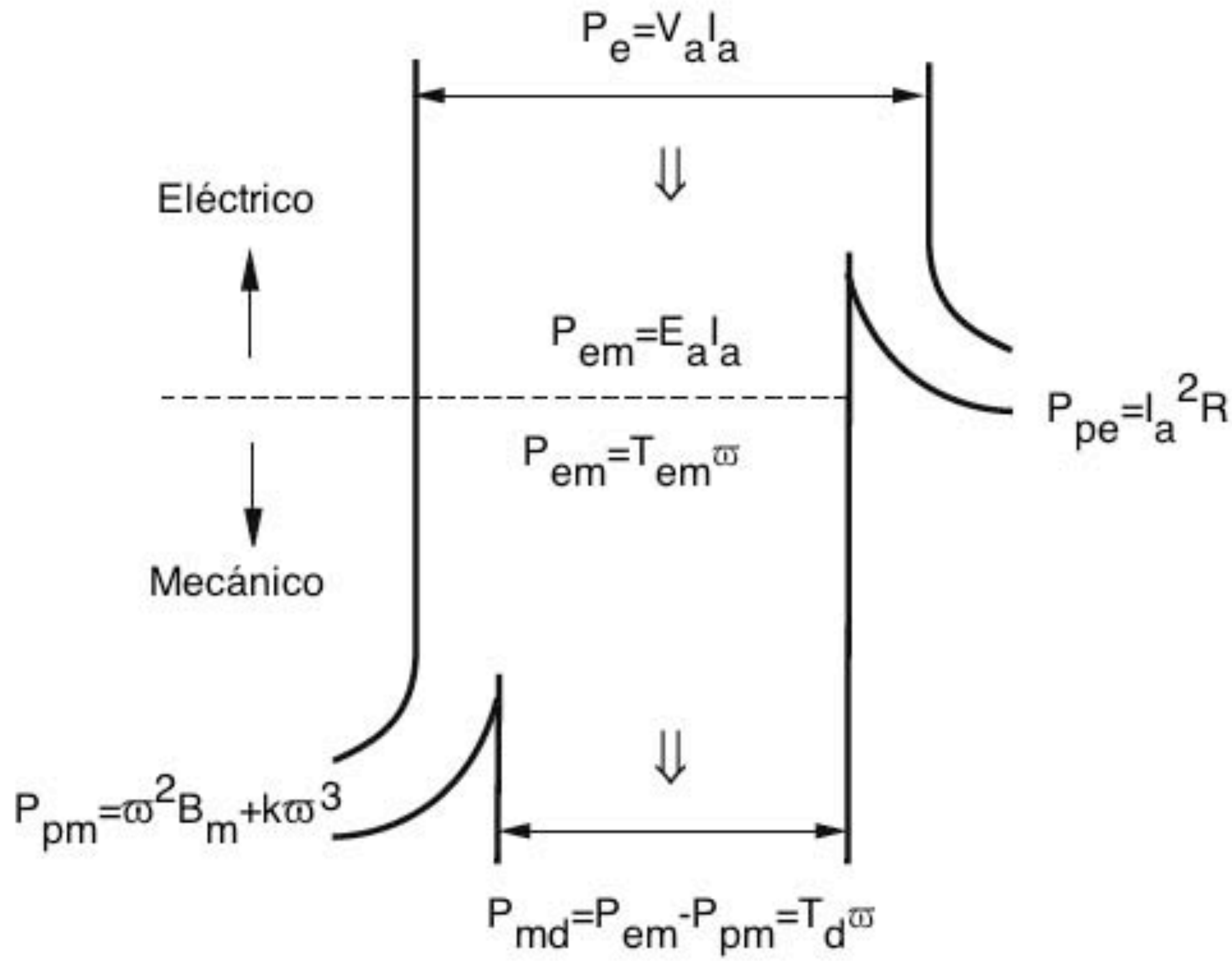
$$P_m = E(\omega)I_a = k_\phi \omega_m I_a = T_m \omega_m$$

La potencia mecánica efectivamente disponible, P_{md}, en el eje de salida es:

$$P_{md} = P_m - k_a \omega_m^3 - B_m \omega_m^2$$

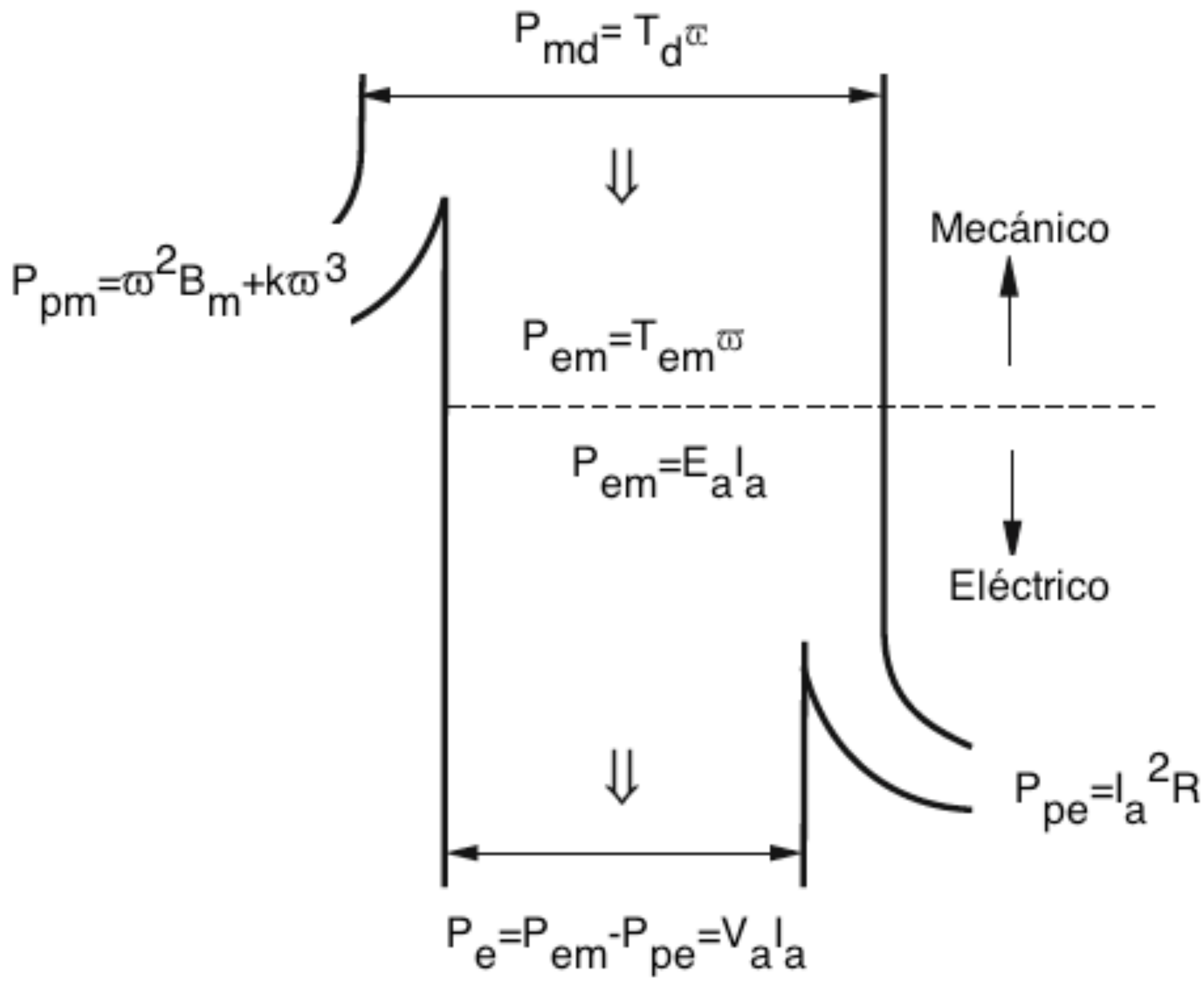
$k_a \omega_m^3$ = pérdidas por desplazamiento del aire

$B_m \omega_m^2$ = perdidas por fricción viscosa en los apoyos del eje.



Esquema del flujo de potencia en el motor DC (Diagrama de Sankey)

P_e: Potencia eléctrica entregada por la fuente.
P_{em}: Potencia en el conversor electromecánico ideal.
P_{pe}: Pérdidas en el circuito eléctrico de armadura.
P_{pm}: Pérdidas en el sistema mecánico del motor.
P_{md}: Potencia mecánica disponible en el eje.
T_{em}: Par electromagnético producido por el conversor ideal.
T_d: Par disponible en el eje del motor.
V_a: Voltaje aplicado a la armadura.
I_a: Corriente de armadura
R_a: Resistencia de armadura.
B: Coeficiente de fricción.
k: Coeficiente de desplazamiento.
ω: Velocidad angular del eje.



Esquema del flujo de potencia en el generador DC (Diagrama de Sankey)

T_d: Par aplicado al eje del motor.
P_{md}: Potencia mecánica aplicada al eje.
P_{pm}: Pérdidas en el sistema mecánico del motor.
T_{em}: Par en el conversor electromagnético ideal.
P_{em}: Potencia eléctrica generada en el conversor electromecánico ideal.
P_{pe}: Pérdidas en el circuito eléctrico de armadura.
P_e: Potencia eléctrica disponible en los terminales de armaura.
V_a: Voltaje aplicado a la armadura.
I_a: Corriente de armadura
R_a: Resistencia de armadura.
B: Coeficiente de fricción.
k: Coeficiente de desplazamiento.
ω: Velocidad angular del eje.

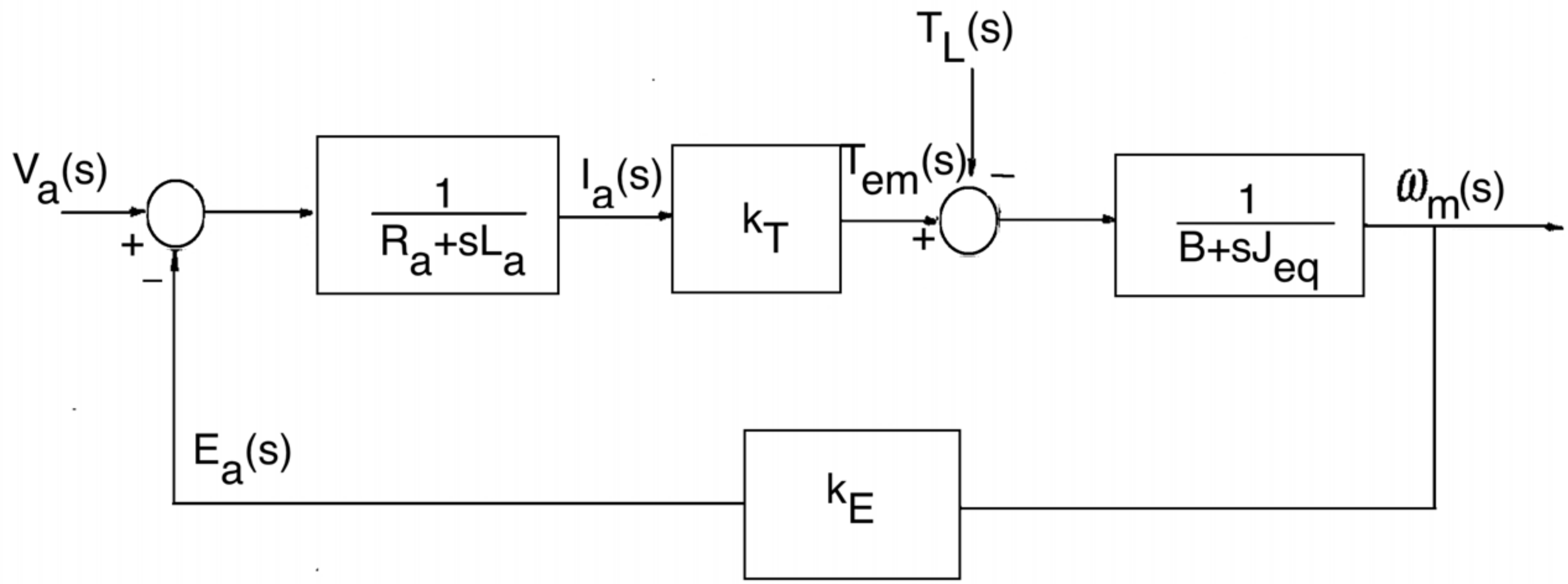


Diagrama de bloques electro-mecánico de la máquina DC en conexión independiente (o de imán permanente)

El diagrama de bloques permite esquematizar la secuencia de eventos que se producen en el sistema electro-mecánico en respuesta a un cambio en escalón de la variable de control la tensión externa de armadura:

1.- El escalón de tensión se aplica al circuito de armadura. La corriente de armadura, I_a, empieza a cambiar con una respuesta de primer orden en el tiempo, definida por el valor de la resistencia R_a y el de la constante de tiempo eléctrica del circuito ($\tau_a = \frac{L_a}{R_a}$).

La corriente alcanza su valor final al cabo de unas cinco constantes de tiempo.

2.- El cambio en la corriente de armadura produce el correspondiente cambio instantáneo en el par electromotriz, T_{em}, generado en la máquina ($T_{em} = k_{\phi} I_a$), el cual por lo tanto crece también con una respuesta de primer orden definida por la constante de tiempo eléctrica del circuito de armadura.

3.- El cambio del par eléctrico generado, T_e, produce un cambio de la misma magnitud en el par neto disponible en el rotor de la máquina, T.

Este cambio de par se aplica al sistema mecánico conectado al eje del motor, el cual, en primera aproximación, responde a su vez cambiando la velocidad angular de giro del eje, ω_m, con una respuesta de primer orden, definida por los valores reflejados sobre el eje de la fricción B y la constante de tiempo mecánica

$$\left(\tau_m = \frac{J_{eq}}{B}\right).$$

4.- El cambio en la velocidad del rotor produce el correspondiente cambio instantáneo en la tensión contra-electromotriz inducida, $E(\omega)$, generado en la máquina, el cual por lo tanto crece también con una respuesta de primer orden definida por la constante de tiempo mecánica del sistema mecánico.

5.- El cambio en la posición del sistema mecánico ocurre integrando la velocidad del rotor, y salvo en casos de micromecánica, el efecto del cambio de velocidad tarda en producir el cambio de posición requerido.

Como consecuencia de lo anterior resulta evidente que existen tres escalas distintas de tiempo a considerar en el proceso de control de la máquina DC:

1.- La acción de control, consistente en un cambio en la tensión V_a aplicada a la máquina, ocurre con la velocidad propia del cambio del valor de la tensión de un conversor electrónico DC-DC, en el orden de los microsegundos.

2.- El par generado cambia con la constante de tiempo eléctrica del circuito de armadura, en el orden de las decenas/centenares de milisegundos.

3.-La velocidad del rotor cambia con la constante de tiempo mecánica del sistema mecánico, en el orden de los centenares/miles de milisegundos.

Como consecuencia, se puede asumir que los cambios en la variable de control son instantáneos desde el punto de vista de la escala de tiempo en la que se producen los cambios de par, y que los cambios de par son instantáneos desde el punto de vista de la escala de tiempo en la que se producen los cambios de velocidad.

Adicionalmente, salvo en el caso de cambios muy pequeños en la posición deseada (micromecánica), los cambios en posición requieren un tiempo mayor para tener efecto.

Características par/velocidad (o corriente de armadura/voltaje de armadura) del motor DC con conexión independiente en lazo abierto.

$$\boxed{V_a = E(\omega) + R_a I_a}$$

$$\boxed{I_a = \frac{T_{em}}{k_\phi}}$$

$$\boxed{V_a = k_\phi \omega_m + R_a \frac{T_{em}}{k_\phi}}$$

Hipótesis: k_ϕ permanece constate (el análisis es válido necesariamente para el motor de imán permanente).

I: Máquina DC operando como motor, entregando el par nominal a velocidad nominal.

$$\boxed{T_{em} = T_n > 0}$$

$$\boxed{V_{an} = k_\phi \omega_n + R_a \frac{T_{em}}{k\phi}}$$

$$\boxed{\omega_{mn} = \frac{V_{an} - R_a \dfrac{T_{em}}{k_\phi}}{k_\phi}}$$

II.- Caso real: Máquina DC operando como generador, consumiendo el par nominal.

$$\boxed{T_{eg} = -T_n < 0}$$

$$\boxed{V_{an} = k_\phi \omega + R_a \frac{T_{eg}}{k_\phi} = k_\phi \omega + R_a \frac{(-T_n)}{k_\phi} = k_\phi \omega - R_a \frac{T_n}{k_\phi}}$$

$$\boxed{\omega_{gn} = \frac{V_{an} + R_a \frac{T_n}{k_\phi}}{k_\phi}}$$

En condiciones nominales, el "motor ideal", sin pérdidas eléctricas (R_a=0) cumple con:

$$V_{an} = k_\phi \omega_{in}$$

$$\omega_{in} = \frac{V_{an}}{k_\phi}$$

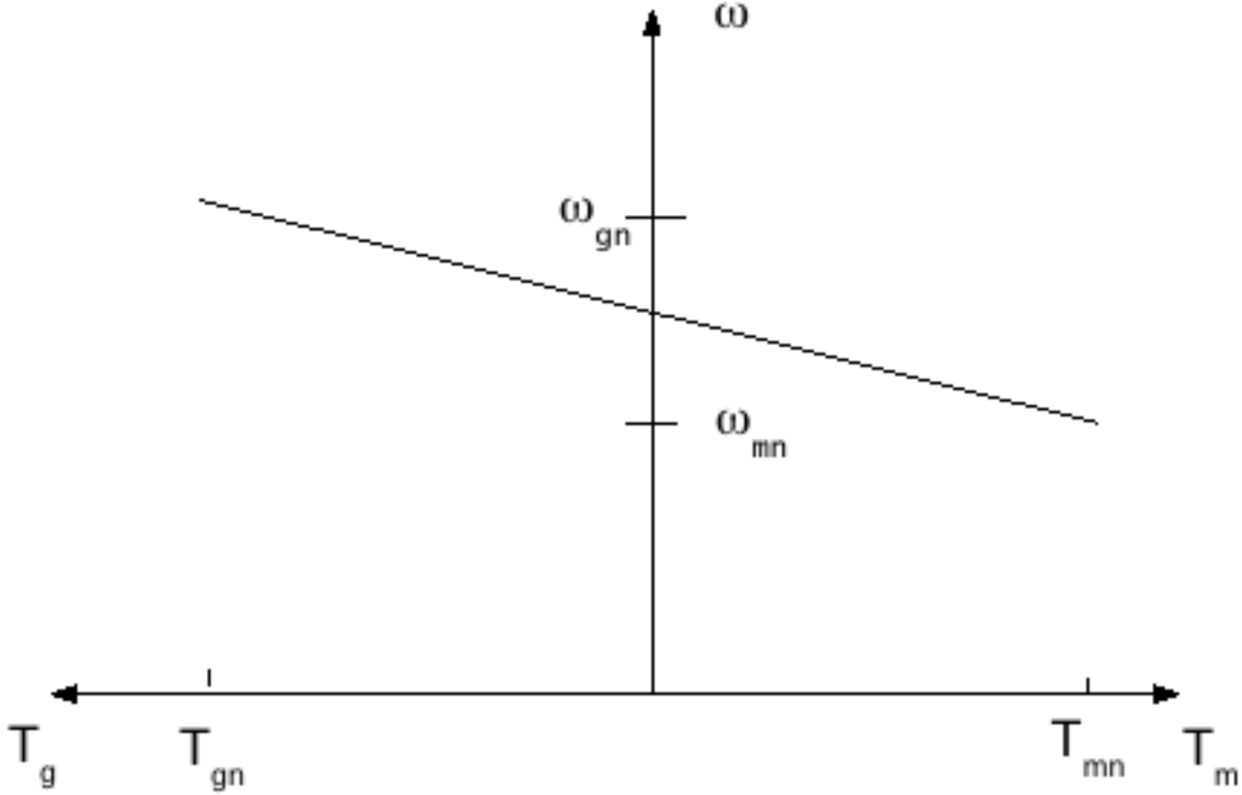
Y se cumple:

$$\omega_{gn} > \omega_{in} > \omega_{mn}$$

Conclusión:

Las características par/velocidad en lazo abierto de un motor DC con conexión independiente son equivalentes a las características corriente/voltaje de una fuente de tensión DC no ideal con resistencia interna de valor $\frac{R_a}{(k_\phi)^2}$.

Luego, si la máquina eléctrica DC se opera en lazo abierto, como motor o como generador, la variable velocidad estará acoplada a la variable par por efecto de la resistencia de armadura.



Recta de carga par/velocidad angular máquina operando en los cuadrantes I y II

Opción de desacople de las variables par/velocidad.

Si el valor de la tensión aplicado a la armadura del motor se hace igual a:

$$V_a = V_a^{'} + I_a R_a$$

Reemplazando este valor en la ecuación básica en estado estacionario se tiene:

$$V_a = V_a^{'} + I_a R_a = E(\omega) + R_a I_a$$

$$V_a^{'} = E(\omega) + R_a I_a - I_a R_a$$

$$V_a' = E(\omega)$$

y como

$$E(\omega) = k_\phi \omega_m$$

$$\omega_m = \frac{V_a'}{k_\phi}$$

Donde, en estado estacionario, la velocidad no depende de la corriente de armadura, esto es, del par electromagnético.

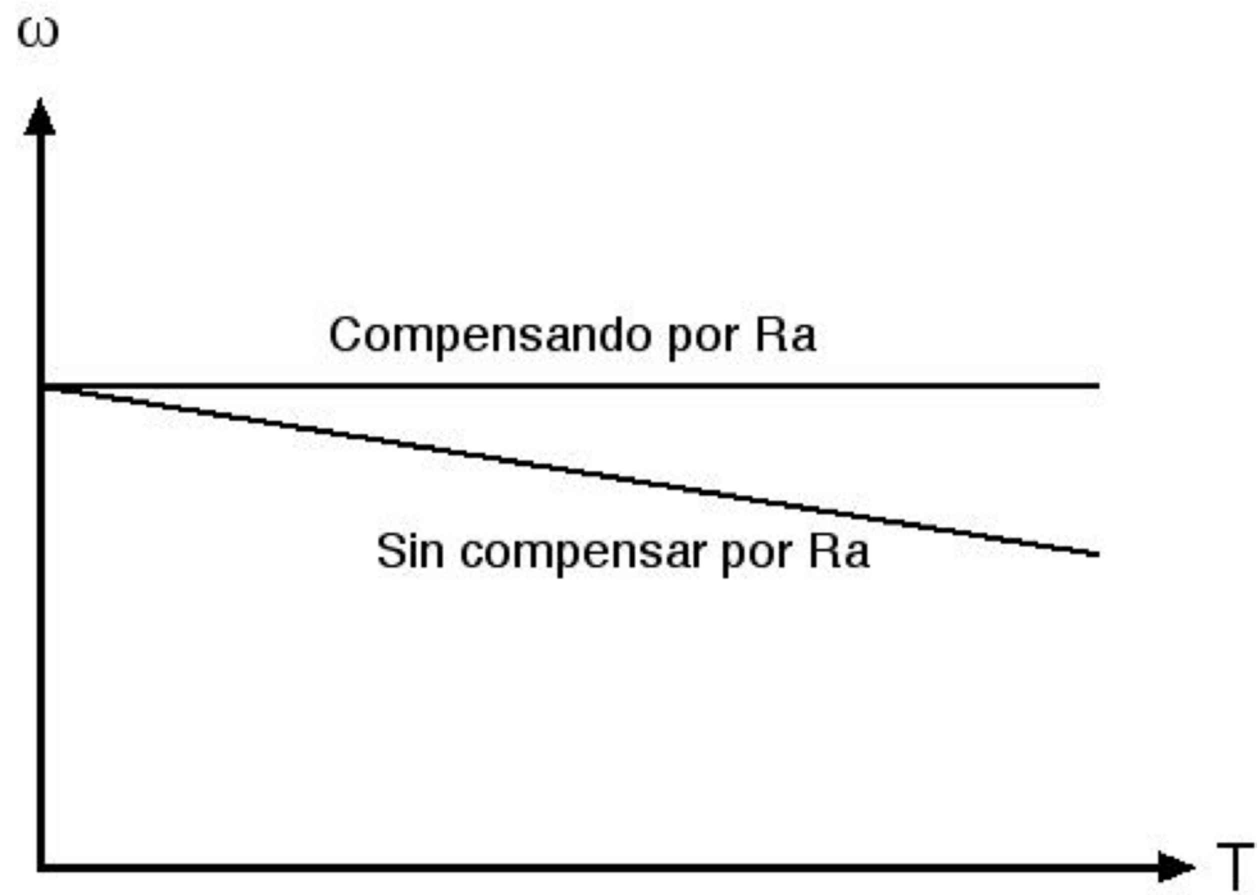
Si el desacople se desea también durante las transiciones de aceleración y frenado, se debe incluir el efecto de la inductancia:

$$\boxed{v_a(t) = v_a^{'}(t) + i_a(t)R_a + L_a \frac{di_a(t)}{dt}}$$

Por supuesto, si se desea aún mayor precisión, se puede considerar que la resistencia de armadura cambia con la temperatura de armadura, que es una función del tiempo:

$$\boxed{v_a(t) = v_a^{'}(t) + i_a(t)R_a\left[\theta_a\left(t\right)\right] + L_a \frac{di_a(t)}{dt}}$$

Luego es posible controlar en forma independiente la velocidad angular de la máquina con la tensión de armadura aplicada, conociendo el valor de la corriente de armadura para compensar por realimentación la caída en la impedancia del rotor, siempre que se conozca el valor de la impedancia de armadura con el grado de precisión deseado, y que el lazo de realimentación que determina la tensión instantánea aplicada sea de respuesta mucho más rápida que el sistema electromecánico que convierte las variaciones de corriente en variaciones de par y estas en variaciones de velocidad angular.



Efecto de la compensación por la caída en R_a en las características velocidad/par de una máquina DC con conexión independiente (o imán permanente)

Control de velocidad por variación del campo.

En un motor de campo bobinado:

$$k_\phi = k_m I_f$$

$$\omega_m = \frac{V_a}{k_m I_f}$$

$$T_{em} = k_m I_f I_a$$

$$P_m = T_m \omega_m = \left(\frac{V_a}{k_m I_f}\right)\left(k_m I_f I_a\right) = V_a I_a$$

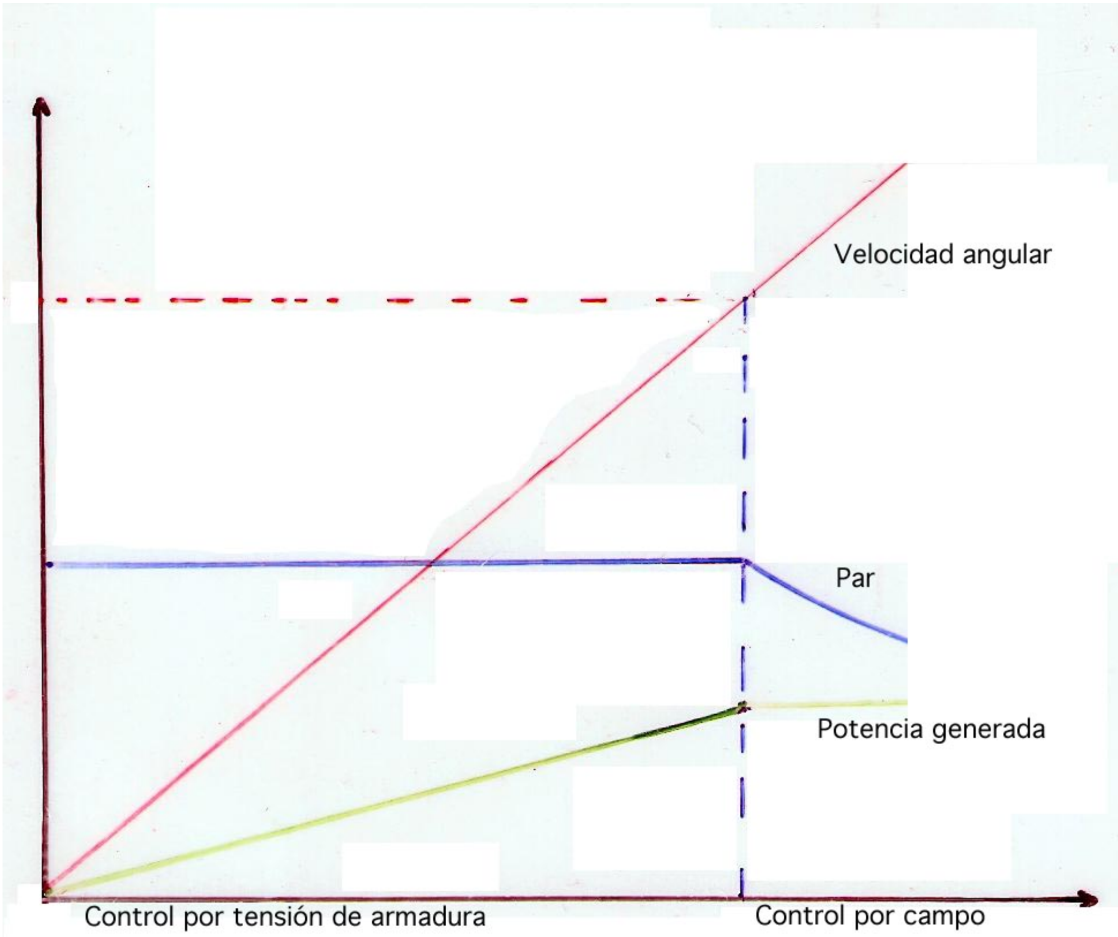
La velocidad angular de la máquina es función inversa del valor de la corriente de campo.

El par electromecánico es función directa del valor de la corriente de campo.

La potencia de la máquina es independiente del valor de la corriente de campo.

Es posible controlar la velocidad controlando el campo, pero afectando en forma inversa el valor del par.

En este modo de operación la potencia entregada es constante, lo que hace el sistema atractivo para aplicaciones tipo bobinador/debobinador.



Rangos de control de la máquina DC con alimentación independiente.

Secuencia de operación:

Asumiendo que la máquina está en reposo, iniciar la operación requiere que el campo tenga su valor nominal para poder generar el par nominal, luego, en una máquina de campo bobinado, es preciso que la corriente de campo se estabilice en su valor nominal, I_{fn}, antes de empezar la operación (este paso por supuesto es innecesario en una máquina DC de imán permanente).

Operación en el rango nominal.

Estabilizado el campo en su valor nominal, el par nominal está disponible para cualquier velocidad dentro del rango nominal, y el control de velocidad se logra controlando la tensión de armadura entre 0 y el valor de la tensión nominal de armadura, V_{an}, con lo que la velocidad varía entre 0 y la velocidad nominal de armadura, ω_n.

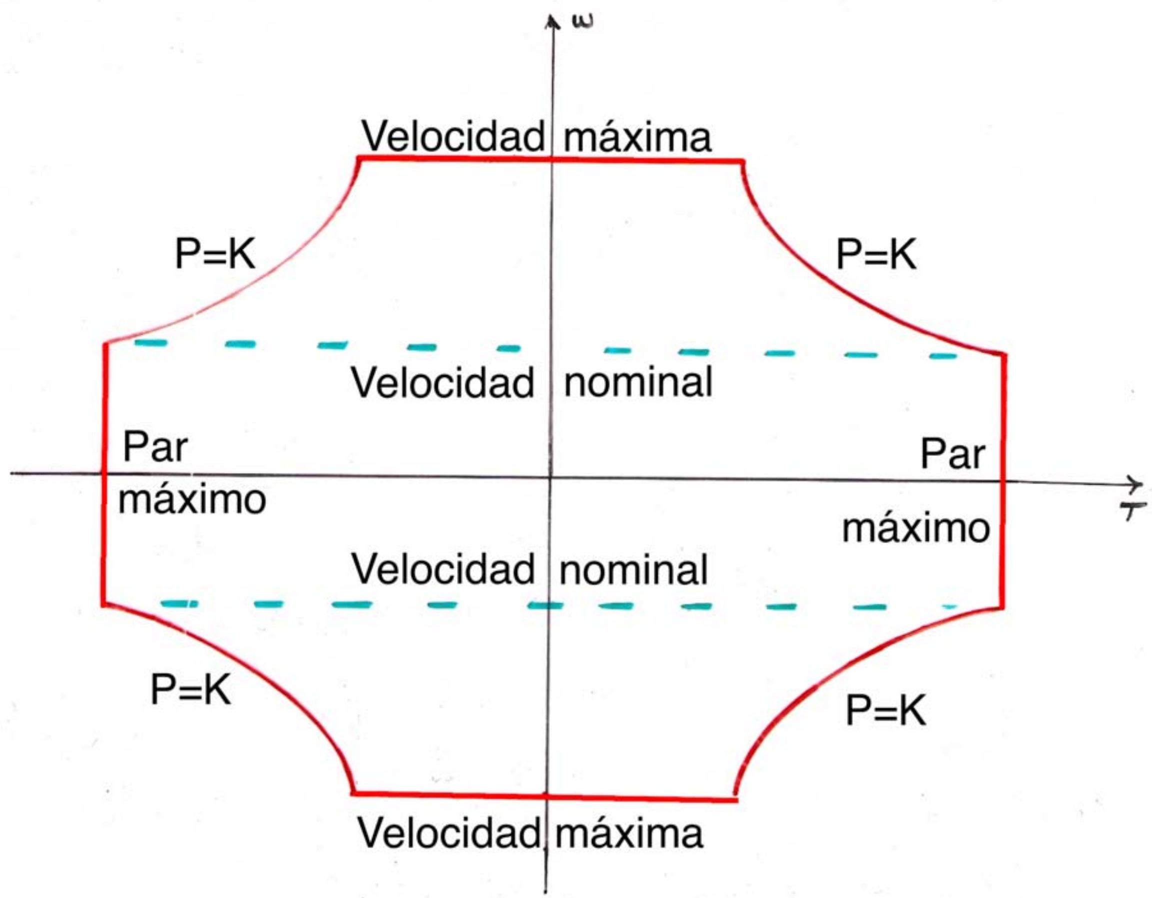
En este rango la corriente variará entre 0 y el valor nominal de la corriente de armadura, I_{an}, si el par de carga varía entre 0 y el valor nominal del par, T_n.

Operando a par nominal, al variar la velocidad entre 0 y ω_n, la potencia entregada a la carga variará entre 0 y su valor nominal, P_n.

Operación en sobre-velocidad.

Si la carga lo permite, una vez alcanzada la velocidad nominal, manteniendo la tensión de armadura en su valor nominal, V_{an}, se procede a reducir el valor de la corriente de campo; esto aumenta la velocidad y reduce el par generado, por lo que la potencia permanece constante.

Cuando se desea frenar estando en el rango de sobre-velocidad, es imprescindible llevar primero la corriente de campo a su valor nominal, y una vez que el campo regresa a su valor nominal, se debe empezar el proceso de frenado por reducción del voltaje de armadura.



Características velocidad/par de una máquina DC con alimentación independiente.

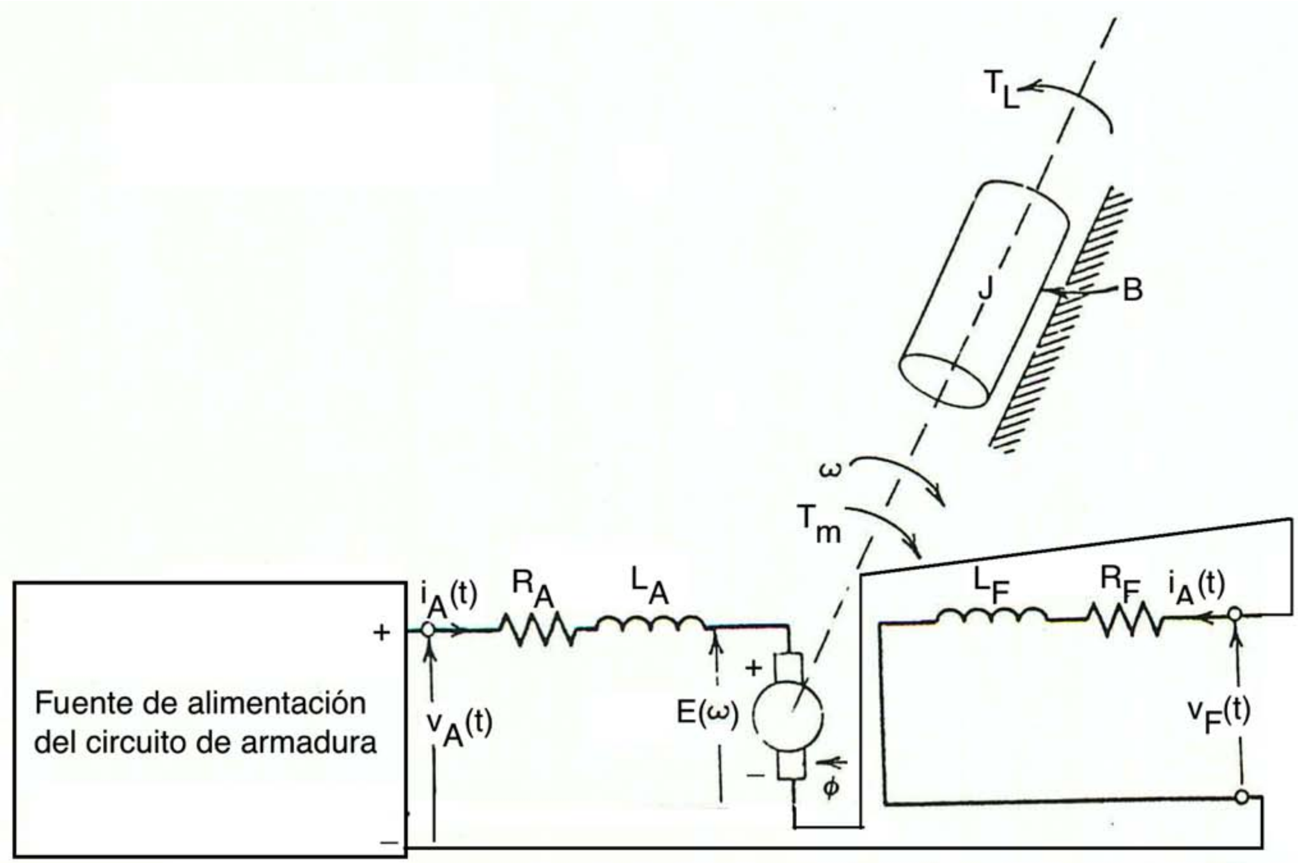
1.- La sección rectangular definida por los valores de velocidad nominal y par máximo corresponden al caso del motor con imán permanente, en el cual no es posible operar con campo reducido.

2.- El valor de velocidad nominal ocurre a tensión de armadura nominal y campo nominal.

3.- El valor de par máximo ocurre a corriente de armadura máxima con campo nominal.

4.- La velocidad máxima se fija para evitar daños mecánicos en el rotor y el conjunto de las escobillas (es un límite mecánico, no eléctrico).

Motores DC en conexión serie



Modelo eléctro-mecánico equivalente de una máquina DC conexión serie.

Modelo eléctrico equivalente de una máquina DC conexión serie

$$v_a(t) = e_\omega(t) + (R_a + R_f)\bar{i}_a(t) + (L_a + L_f)\frac{d\bar{i}_a(t)}{dt}$$

En estado estacionario, las variables alcanzan su valor estable y la ecuación estacionaria resulta:

$$V_a = E(\omega) + (R_a + R_f)I_a$$

$$k_\phi = k_m I_a$$

$$T_e = k_\phi I_a = k_1 I_a I_a = k_m I_a^2$$

$$\boxed{I_a = \sqrt{\frac{T_e}{k_m}} = k_2\sqrt{T_e}}$$

$$\boxed{E(\omega) = k_\phi \omega_m = k_m I_a \omega_m = k_m k_2 \sqrt{T_e}\,\omega_m = k_3\sqrt{T_e}\,\omega_m}$$

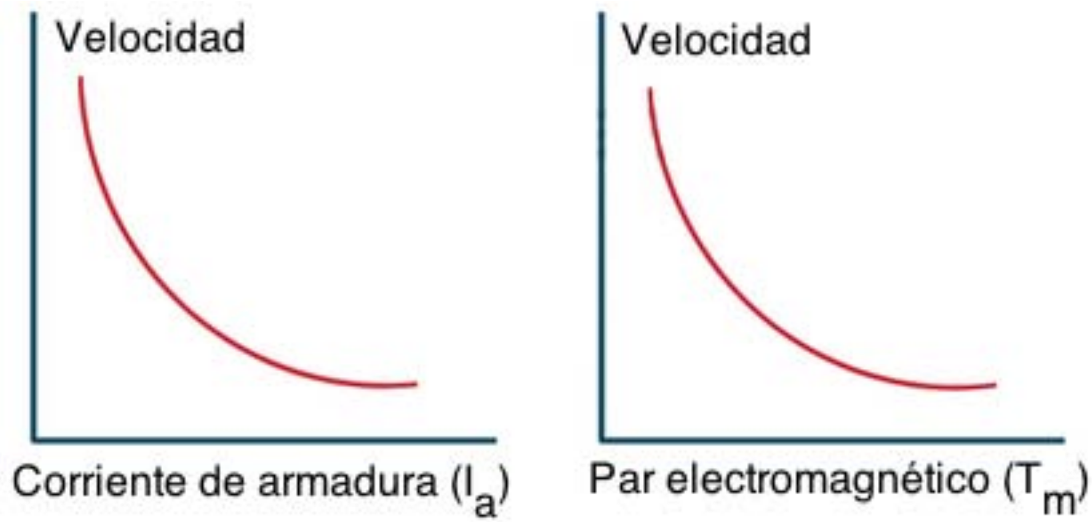
$$\boxed{V_a = k_3\sqrt{T_e}\,\omega_m + (R_a + R_f)k_2\sqrt{T_e}}$$

Compensando (o ignorando) la caída resistiva como en el caso anterior:

$$V_a' = k_3 \sqrt{T_e} \omega_m$$

$$\omega_m = \frac{V_a'}{k_3 \sqrt{T_e}} = k_4 \frac{V_a'}{\sqrt{T_e}}$$

$$V_a' = \frac{\omega_m \sqrt{T_e}}{k_4} = k_5 \omega_m \sqrt{T_e}$$



Curva velocidad vs. corriente de armadura(izquierda) y velocidad vs. par en la máquina DC conectada en serie.

En el motor DC conectado en serie la relación entre el par generado y la velocidad es hiperbólica, y las dos variables no pueden ser controladas en forma independiente.

El control es indirecto: mediante cambios en la tensión de alimentación se cambia la hipérbola T/ω, hasta que el sistema carga-motor se estabiliza en el punto de operación deseado.

Dada la forma de las hipérbolas, un punto de operación cualquiera tiende a ser estable frente a perturbaciones menores en el par de carga, lo que hace el sistema atractivo en aplicaciones de tracción, o en sistemas que requieren operación a potencia constante, como los bobinadores/debobinadores.