

## MEDICIÓN DE LOS PARÁMETROS FÍSICOS.

### Consideraciones generales

La operación precisa del controlador requiere conocer una serie de variables físicas; por lo tanto seleccionar los sensores adecuados y diseñar los correspondientes circuitos de medición también forma parte de las tareas del diseño del controlador.

En todo sistema realimentado, el rendimiento depende en gran parte de la precisión con la que se miden las variables requeridas para cerrar los lazos de realimentación; en los servosistemas, además de las variables puramente electrónicas (corriente, voltaje), las principales variables de interés son el par (o la fuerza), la aceleración, la velocidad y la posición.

En el subsistema de medición se aplican también los criterios de sencillez y economía considerados en el sistema en general.

Por razones físicas, en el estado actual de la tecnología la medición directa de par (o de fuerza) es compleja y costosa, por lo que en la casi totalidad de los casos el par se estima a partir de otros parámetros más fáciles de medir; en el caso de los motores DC este parámetro es la corriente de armadura, ya que el par es el producto de dicha corriente por el factor  $k\phi$  del motor; si se trata de un motor de campo bobinado y no se trabaja con campo nominal, es preciso medir también la corriente de campo, y conocer la curva de magnetización para establecer el valor de  $k\phi$  en cada momento.

En el caso de la aceleración lineal, la reciente introducción de acelerómetros de tres ejes de estado sólido en base a dispositivos micro-electro-mecánicos (MEM) plantea la posibilidad de realizar medidas directas, aunque en la mayoría de las aplicaciones actuales se siguen usando mediciones indirectas de esta variable; en el caso del movimiento de giro medir la aceleración angular sigue siendo un problema tecnológicamente complejo, ya que sería necesario calcular la aceleración angular en función de las aceleraciones lineales y, dado que el medidor debería estar colocado en el eje que gira a una velocidad angular significativa, la información debería transmitirse en forma inalámbrica, aumentando la complejidad y el costo del sistema.

Ningún sistema de medición es perfecto, y una de las principales preocupaciones del diseñador de un sistema realimentado debe ser cuantificar la magnitud y la naturaleza de los errores de medición que inevitablemente existirán, para limitar su influencia a niveles que no afecten la operación del sistema a diseñar.

Las principales características que definen el rendimiento de todo sistema de medición son las siguientes:

1.- Precisión ("accuracy"): Mide la relación entre lo indicado por el medidor y el valor real de la variable medida, determinado por otro instrumento o procedimiento de medida que se considera "exacto" y se usa como patrón de referencia.

La precisión es siempre relativa al patrón, y su valor debe siempre considerarse junto con una indicación sobre la posibilidad de errores y las condiciones en las que estos pueden presentarse.

La precisión del equipo de medida impone un límite insuperable al conocimiento que se puede tener del verdadero valor de la variable medida, y por lo tanto a la exactitud con la que el servosistema puede realizar su trabajo de posicionamiento o control de la velocidad o aceleración.

2.- Banda muerta ("dead band"): Es el máximo valor del cambio en la variable medida que no es detectado por el sensor.

Normalmente es el resultado de imperfecciones mecánicas en el sistema de medida, tales como fricción, histéresis, "backlash", etc. La banda muerta impone un límite inferior al rango de medición del sistema que es en principio independiente del límite impuesto por la precisión del sensor empleado.

3.- Deriva ("drift"): Son las variaciones en la salida del medidor que no se corresponden con cambios en el valor real de la variable medida. Usualmente se deben a cambios en variables medio ambientales, principalmente en la temperatura, que afectan al transductor o a otros elementos del sistema de medidas.

Si el efecto de la deriva es significativo, se deberán tomar medidas para limitarlo, como por ejemplo estabilizar la temperatura del sistema de medición mediante refrigeración.

4.- Linealidad: Es la consistencia en la relación entrada/salida del transductor en todo el rango útil de medida.

Si se conoce con precisión la no linealidad del transductor, en principio es posible compensarla en la etapa de procesamiento de la señal, pero esto implica un aumento en la complejidad del proceso.

5.- Repetitividad: Es una medida de como se agrupan los valores obtenidos cuando se realizan una serie de mediciones con el sensor sobre una variable cuyo valor real no cambia durante la prueba.

La repetitividad es un atributo básico en los sistemas de posicionamiento que realizan movimientos repetitivos (máquinas herramienta, robots industriales, etc.) que debe ser reproducidos un gran número de veces con la mayor exactitud posible.

En un sistema de control de posición la repetitividad es afectada por factores propios de los medidores y por factores externos propios del resto del sistema (fricción variable, rigidez mecánica, "backlash", etc.).

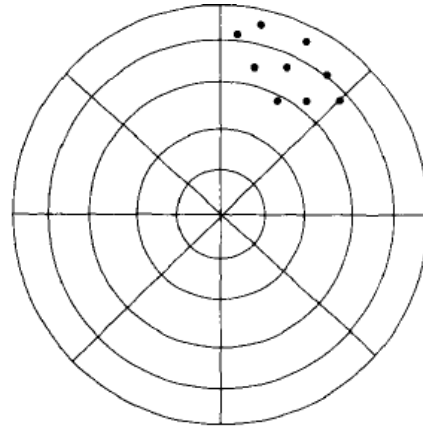
Dado que es un elemento estadístico, la repetitividad se especifica en base a la desviación estándar respecto a la posición ideal del punto de llegada deseado; una especificación usual e estas aplicaciones es una repetitividad de tres desviaciones estándar (3 sigma).



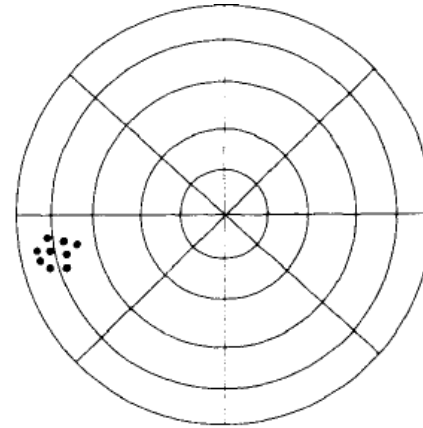
Si, por ejemplo la repetitividad especificada es de  $0,0001''$ , para cumplir con el objetivo de 3 sigma, es preciso que el sistema se posicione dentro de un radio de  $0,0001''$  del objetivo un 99,74% de los ciclos.

En comparación, un objetivo de repetitividad de 2 sigma requiere demostrar un 95,44% de seguridad de quedar dentro del radio de error aceptable, y uno de 5 sigma llevaría a tener que garantizar estar dentro del radio de error permitido el 99,9997% de los ciclos.

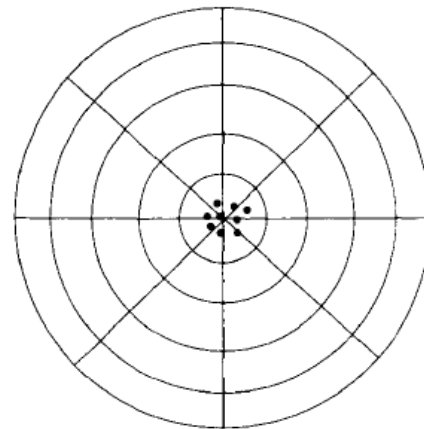
En muchas aplicaciones es mas importante la consistencia de los resultados que la precisión absoluta de los mismos, lo que hace que la repetitividad sea el parámetro mas importante.



A) Baja repetitividad y baja precisión



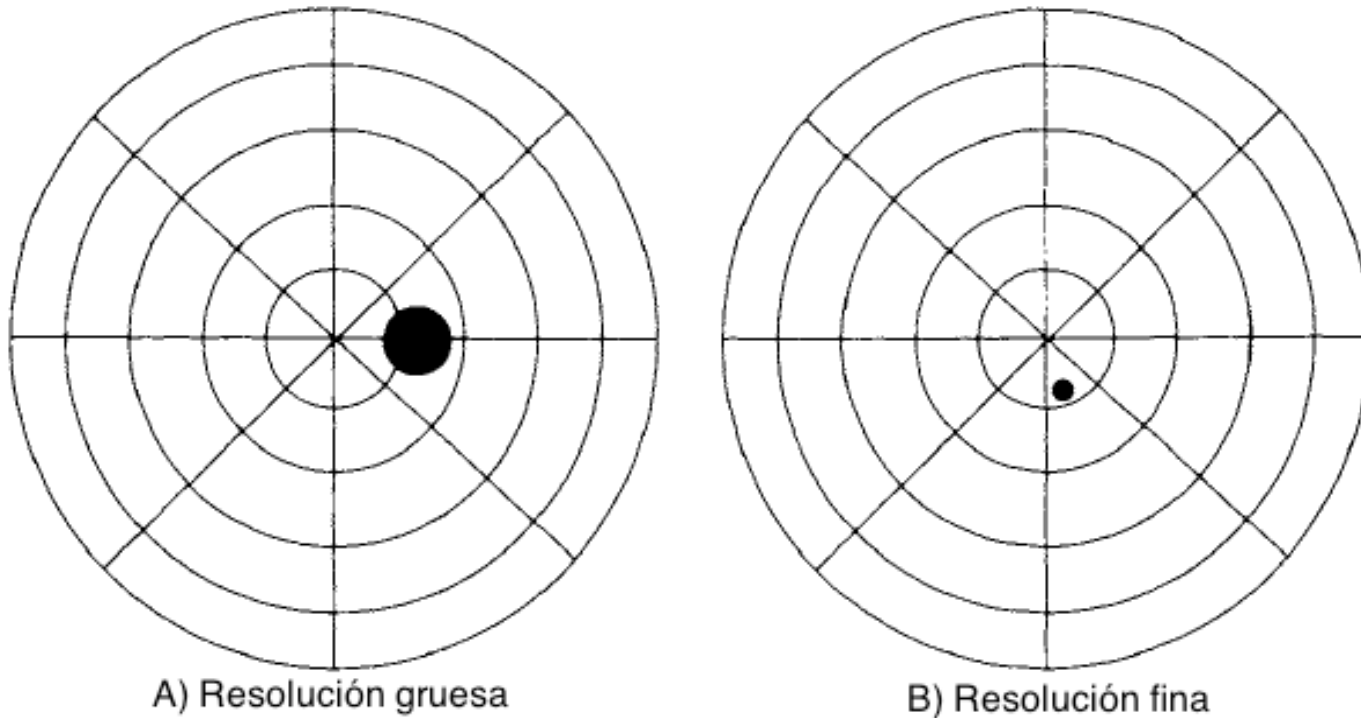
B) Alta repetitividad y baja precisión



C) Alta repetitividad y alta precisión

Relación entre repetitividad y precisión.  
El valor preciso es el centro de la retícula.

6.- Resolución Es el menor cambio en la variable de entrada que puede ser detectado con seguridad por el medidor.



Representación gráfica del efecto de la resolución del sensor en la medida; el área del punto negro indica la incertidumbre en el valor real debido a la resolución del sensor.

7.- Sensibilidad: Es la relación entre el cambio producido en la salida por un cambio especificado de valor en la entrada. se conoce también como "ganancia" o "factor de escala" del medidor.

En un servosistema es preciso que las mediciones tengan gran precisión y repetitividad, además de alta resolución, lo que usualmente requiere que el sistema de medida sea altamente sensible.

Todo sistema de medición sufre de errores, y la fuente y magnitud de estos debe ser considerada en el proceso de selección de los errores.

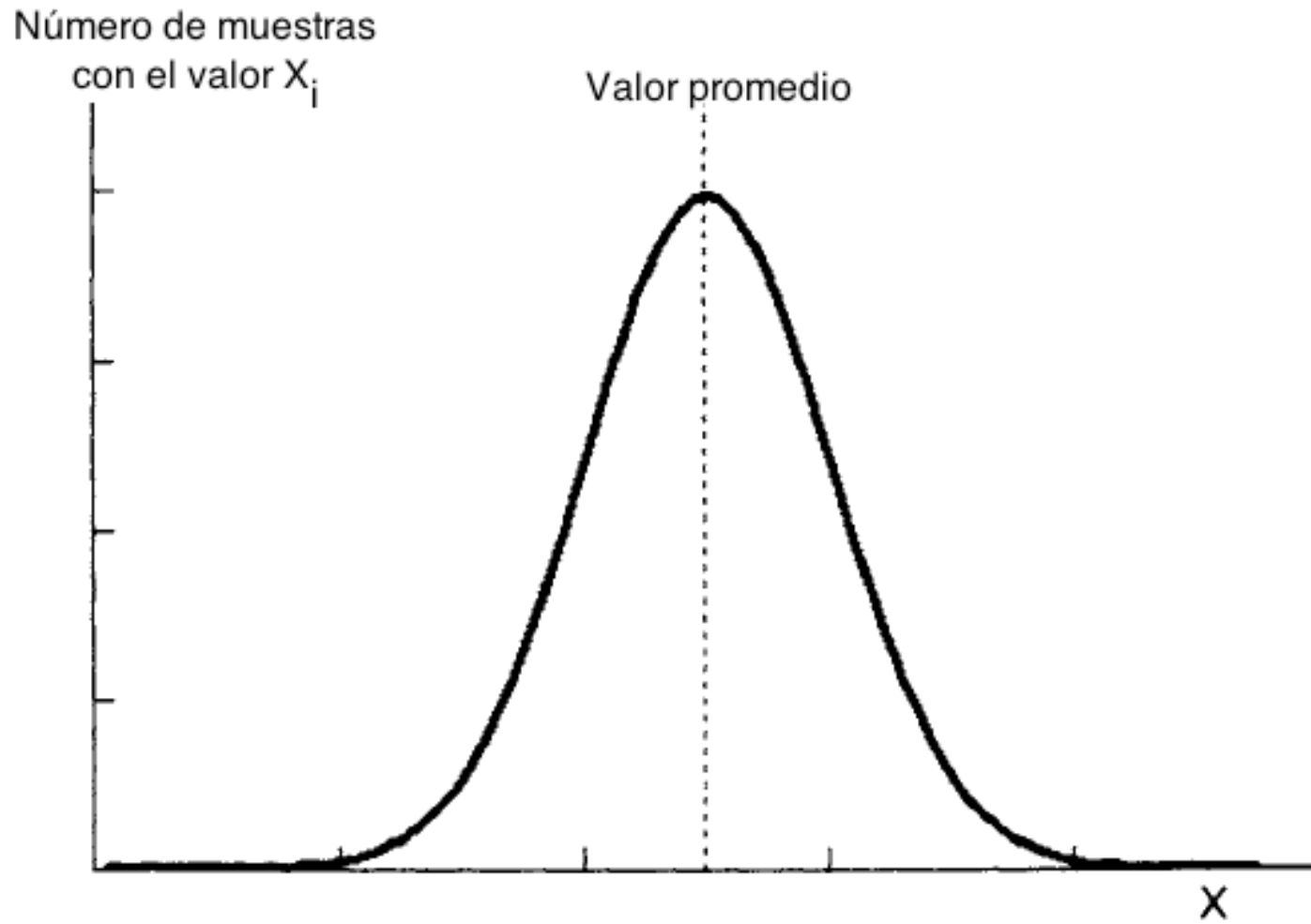
En general los errores se clasifican en dos grandes grupos:

1.- Errores aleatorios: Sus causas son aleatorias y la diferencia que producen entre el valor real de la variable considerada y el valor medido también lo es.

Para cuantificar su efecto es preciso recurrir a métodos estadísticos.

2.- Errores sistemáticos: Son errores constantes de operación que desplazan todos los valores medidos en una misma dirección, resultado por ejemplo, de un error de calibración del sensor o el equipo de procesamiento de la señal, de un error en el valor de una referencia, etc.

## Errores aleatorios.



Si se toma una serie de  $n$  mediciones sobre un mismo valor de la variable y solo están presentes errores aleatorios, la distribución de los valores obtenidos será una curva gaussiana.

El valor promedio de las mediciones resulta:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Y la desviación estándar es:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

En principio, si los errores son aleatorios, el 68% de las medidas estarán en un rango de  $\pm 1$  desviación estándar del valor promedio, y el 95% estarán en el rango de  $\pm 2$  desviaciones estándar del promedio.

Por supuesto el valor promedio obtenido es una función del número de mediciones, y cambiará si se toman mas medidas.

El verdadero valor promedio, que debería ser el valor real de la variable si solo hay errores aleatorios, no puede ser definido por este procedimiento, ya que se requeriría realizar un número infinito de medidas.

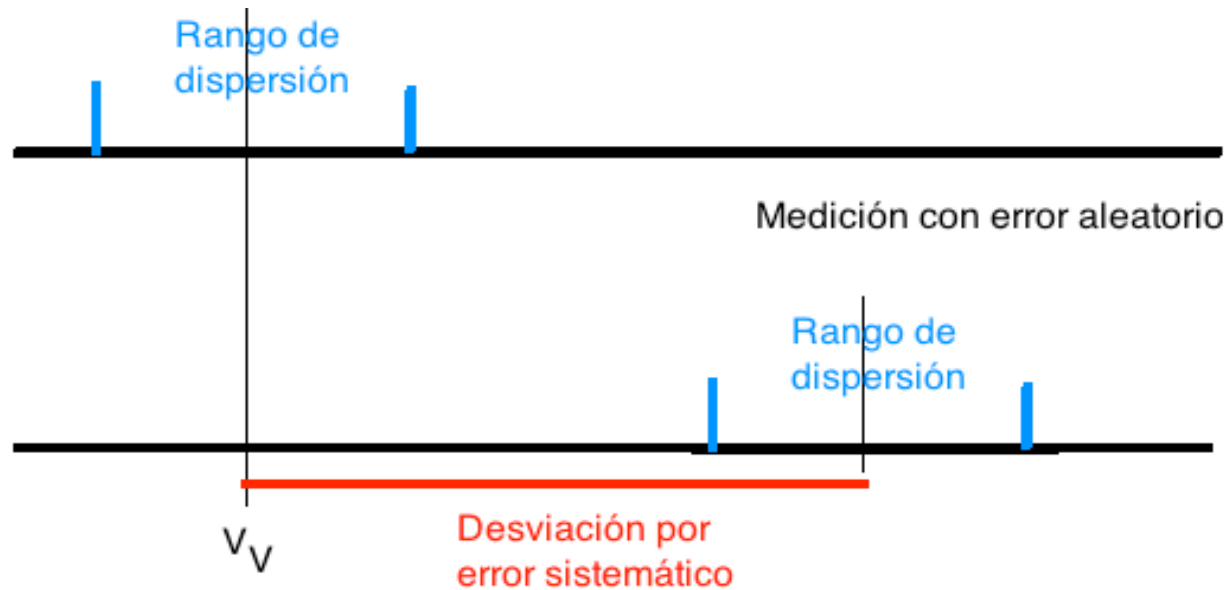


Una información mas precisa se obtiene calculando el valor del error estándar del promedio,  $s_m$ :

$$s_m = \frac{s}{\sqrt{n-1}}$$

De acuerdo a la teoría de probabilidades, la probabilidad de que una medición  $x_i$  de la serie esté a una distancia del  $\pm 1 s_m$  del valor real es 68%, y la probabilidad de que esté a una distancia de  $\pm 2 s_m$  es el 95%.

## Errores sistemáticos:



Los errores sistemáticos son de valor constante y se aplican a todas las mediciones realizadas mientras no varíen las condiciones en las que se realizan las mediciones, y no pueden ser eliminados por medios estadísticos; al aplicar dichos métodos se acerca el valor de la medición no al valor real de la variable sino al valor real más el error sistemático.

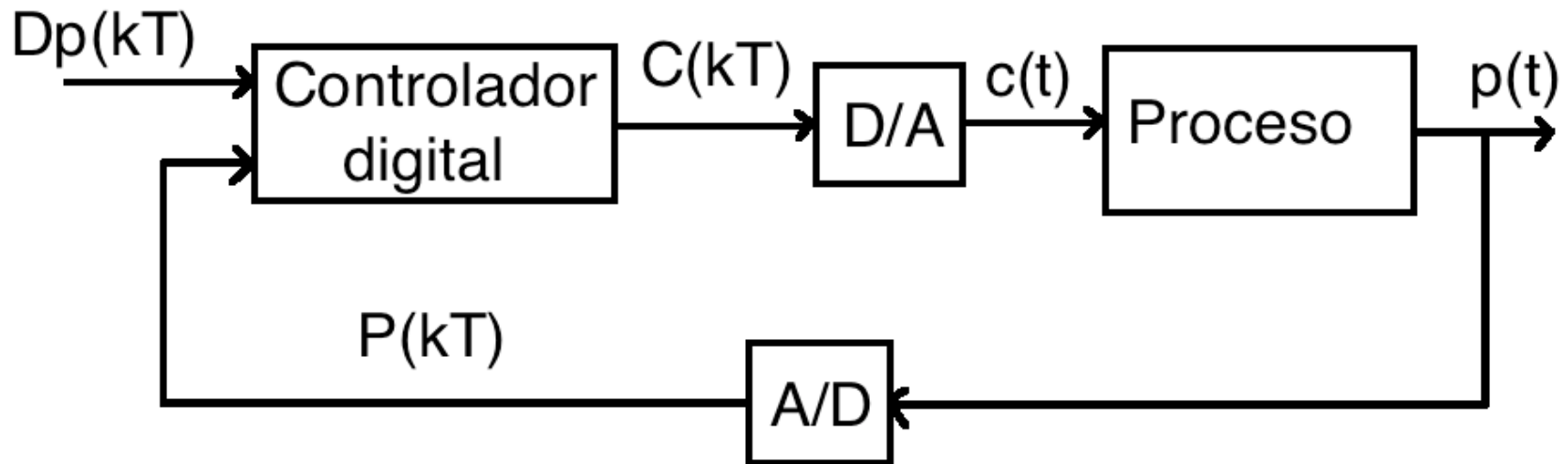
Si existen varios errores sistemáticos en una medición, sus efectos son acumulativos, pero no necesariamente suman su efecto en la misma dirección. Luego, si hay  $n$  errores sistemáticos de valores  $e_i$ , el valor máximo del error sistemático total,  $E_{sM}$ , en el peor caso (todos desplazan el valor medido en la misma dirección) será:

$$E_{sM} = \sum_{i=1}^n e_i$$

Pero si el sentido de los aportes de los errores sistemáticos es aleatorio (unos suman y otros restan), una estimación menos pesimista del error sistemático máximo es:

$$E_{sM} = \sqrt{\sum_{i=1}^n e_i^2}$$

Efectos de la digitalización de los sistemas en los errores.



Esquema genérico de un sistema de control digital para una variable analógica.

(kT): indica variable digital, discreta en tiempo y amplitud; (t): indica variable analógica continua en tiempo y amplitud.

Dada la tendencia tecnológica actual, se puede asumir que una mayoría siempre en aumento de los servosistemas serán controlados digitalmente, lo que implica una estructura general en la que necesariamente existirá para las variables físicas analógicas a controlar una etapa de conversión A/D y una etapa posterior de conversión D/A.

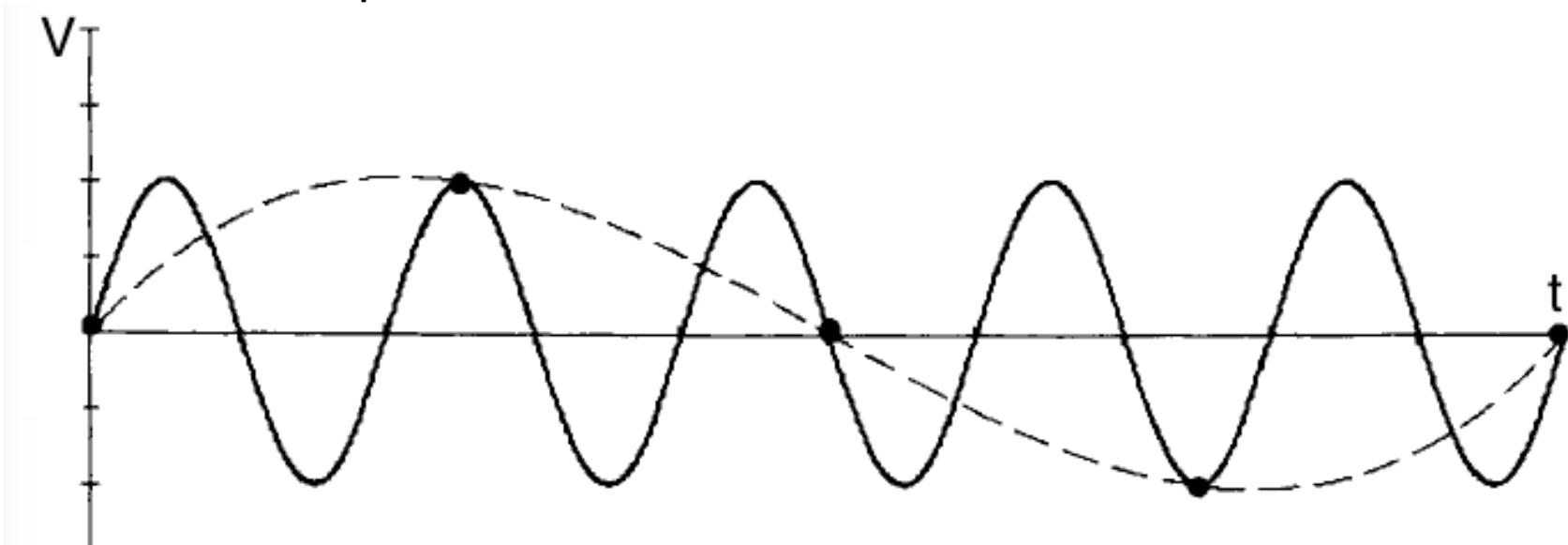
Conversión A/D: error de cuantificación.

Un muestreador ideal se puede modelar como un conmutador que se cierre por un intervalo de muestreo cada  $T$  segundos; si la señal a muestrear es  $p(t)$ , la salida  $p^*(t)$  será:

$$p^*(t) = p(nT)\delta(t - nT)$$

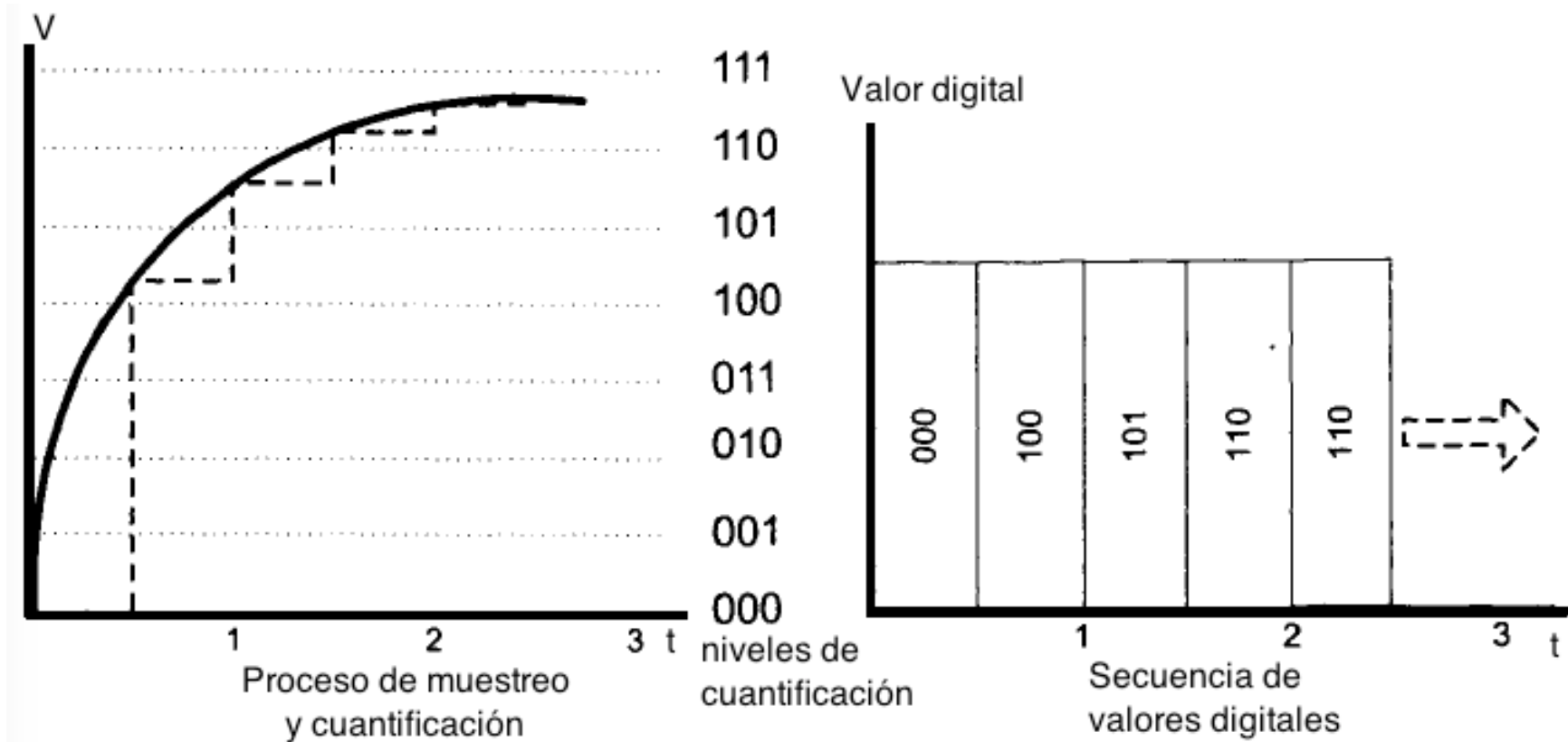
Donde  $\delta$  es la función delta de Dirac.

La función  $p(t)$  se podrá reconstruir si el tiempo de muestreo es corto con respecto a la frecuencia de la señal; de acuerdo con el teorema de muestreo de Shannon la frecuencia de muestreo debe ser por lo menos el doble de la mas alta componente frecuencial de la señal, frecuencias de muestro menores hacen que sea imposible reconstruir la señal muestreada.



Error de "aliasing" por muestreo a baja frecuencia, los 5 puntos reconstruyen una senoide distinta a la señal real.

Si la frecuencia de muestreo es adecuada, se presenta a continuación el efecto de la toma de muestras a intervalos discretos y el efecto de que los valores de amplitud deben ser cuantificados en un número limitado de valores discretos.



La diferencia entre dos valores digitales consecutivos es el paso de cuantificación,  $V_q$ , o resolución del conversor A/D. En un sistema de  $n$  bits la resolución y el error de cuantificación,  $E_q$ , son:

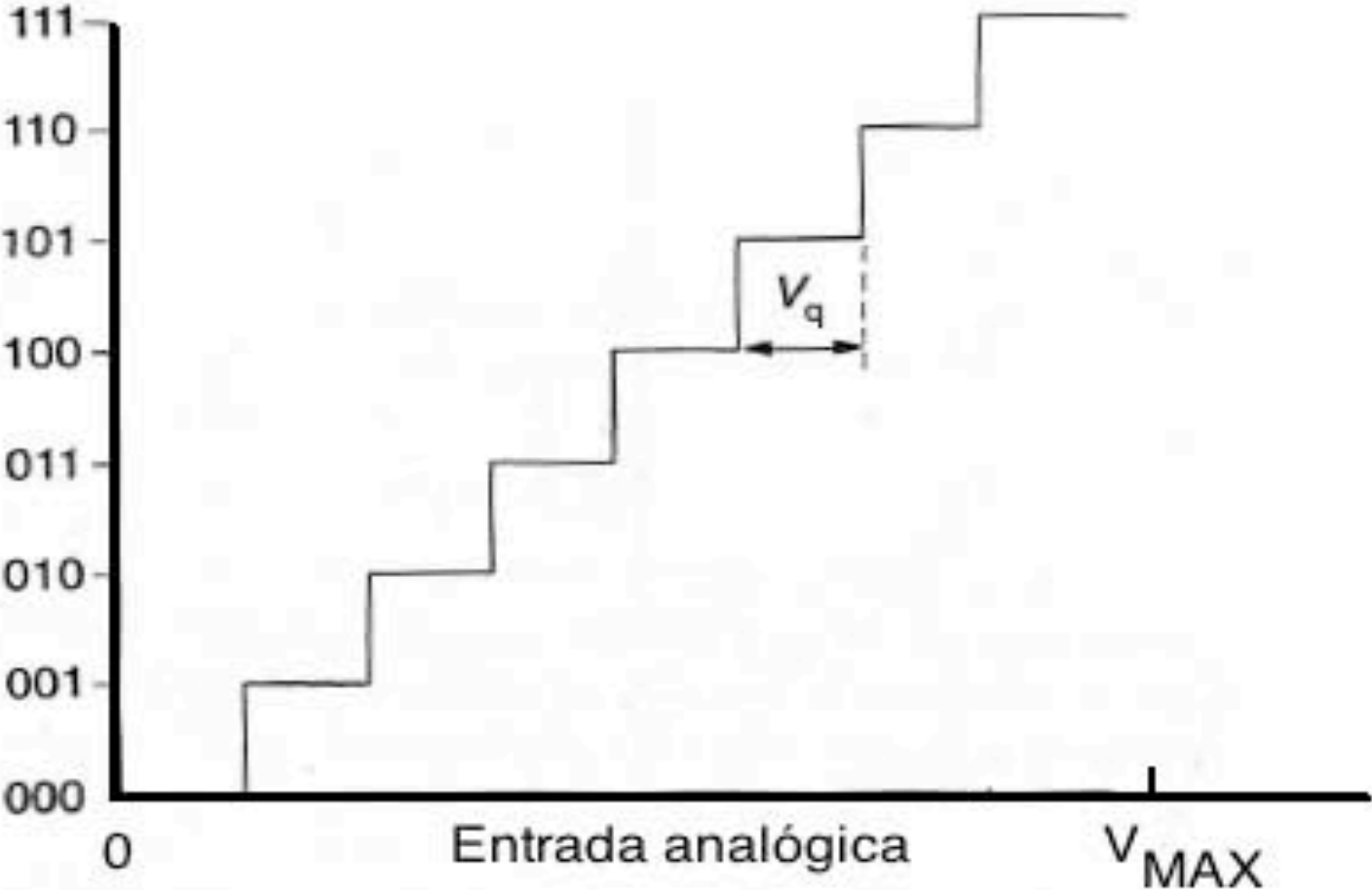
$$V_q = \frac{\text{Valoraplenaescala}}{2^n}$$

$$E_q = \frac{1}{2} \frac{\text{Valoraplenaescala}}{2^n} = \frac{\text{Valoraplenaescala}}{2^{n+1}}$$

La resolución es el valor de la entrada necesario para cambiar el valor del bit menos significativo de la palabra de salida. La única forma de mejorar la resolución es aumentar el número de bits de la palabra de salida del conversor A/D.



Salida digital



Conversión D/A: error de cuantificación y valores transitorios por conmutación.

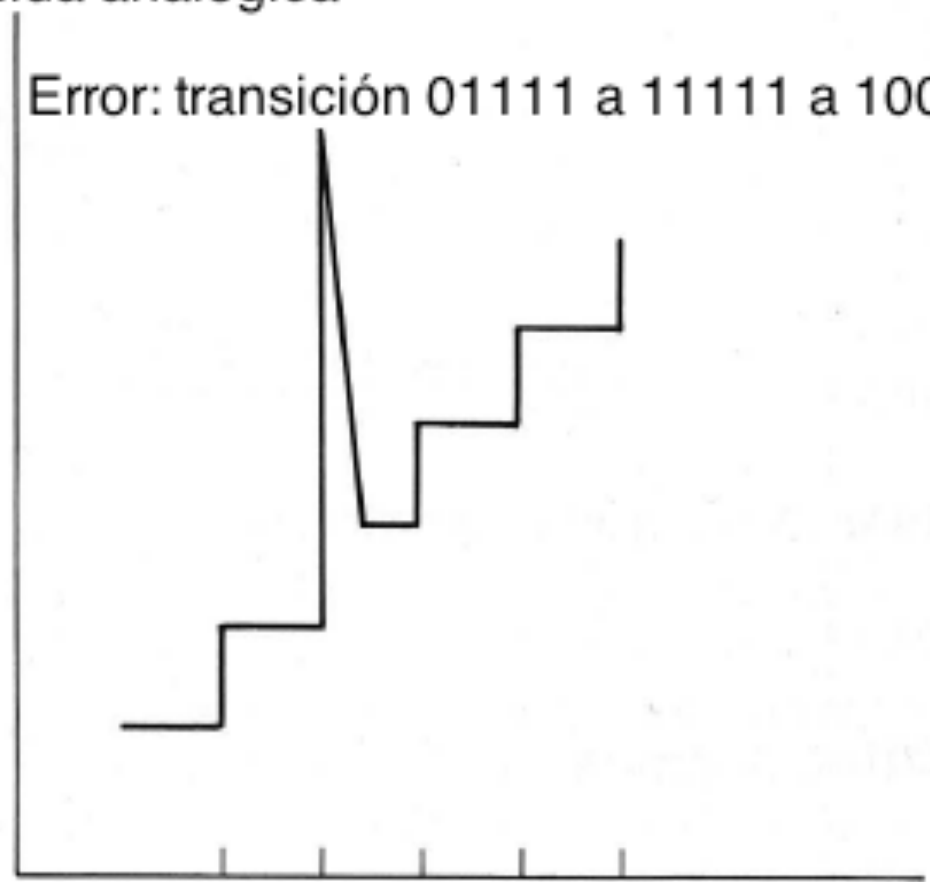
El proceso de conversión D/A no puede reconstruir la señal analógica original con exactitud, ya que en el proceso previo de conversión A/D se ha perdido información tanto en la cuantificación de la amplitud, que ha eliminado todos los posibles valores intermedios entre un nivel de cuantificación y el siguiente, como en el proceso de cuantificación en el tiempo, ya que solo se tiene la información correspondiente a los instantes de muestreo, y toda la información intermedia se ha perdido y la salida tiene un valor constante durante la duración de cada intervalo de muestreo.

Adicionalmente el proceso de conversión D/A puede introducir errores adicionales en la forma de valores falsos transitorios durante los cambios de una palabra digital a la siguiente: dado que no es posible asegurar la simultaneidad absoluta, es posible que alguno (o algunos) de los bits que definen la salida cambien antes que los demás, por lo que la salida tendrá transitoriamente un valor falso.

Por ejemplo, si la n-esima palabra es 01111111, y la siguiente debe ser 10000000, si el bit mas significativo cambia primero, se pasa a una salida transitoria de valor 11111111, con un error en exceso del orden del 50%; si por el contrario son los otros bits los que cambian antes, se pasa al valor transitorio 00000000, con un error ahora negativo de aproximadamente la misma magnitud.

Salida analógica

Error: transición 01111 a 11111 a 10000



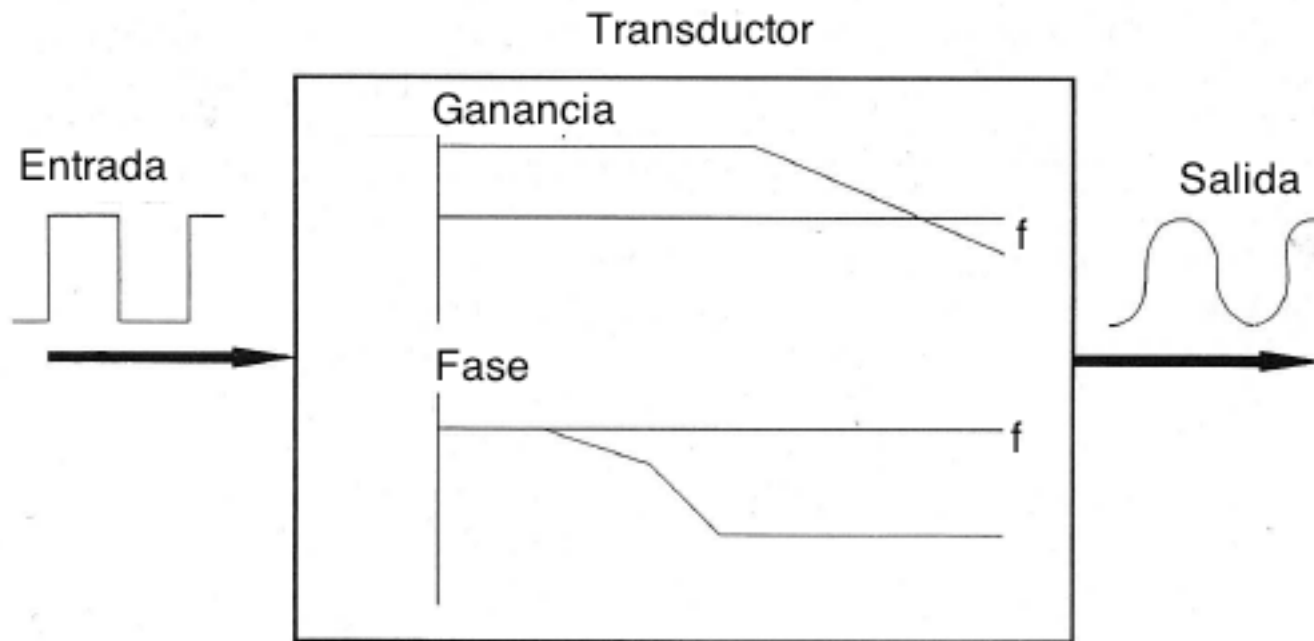
01111 10000 10001 10010 10011

Entrada digital

## Errores dinámicos.

Todo sistema de medición tiene un ancho de banda que no es (ni puede ser) infinito, y una respuesta en fase que no es totalmente plana para todas las frecuencias, así que la medición producirá una distorsión en la estructura frecuencial de la señal que se esté intentando medir.

Un sensor con un ancho de banda reducido limita seriamente el ancho de banda del servosistema, y por lo tanto la capacidad de este para responder a cambios rápidos, como por ejemplo los producidos si la carga sobre los ejes cambia bruscamente.



Efecto de la función de transferencia del transductor sobre la señal que recibe el sistema de control.

## El problema grueso/fino

Para que el controlador opere en su rango lineal es necesario que todos los sensores sean también lineales en todo el rango de la correspondiente variable, y que además tengan la resolución necesaria para que la información que proporcionan sea aplicable en el cálculo de los errores correspondientes.

En el caso de los sensores de corriente y velocidad angular eso es razonablemente seguro: la medición requiere cubrir entre uno y dos o tres órdenes de magnitud, con una precisión que usualmente no requiere más de uno o, a lo más, dos decimales; además en el caso de la corriente es relativamente simple “cambiar la escala” de forma automática a medida que el valor medido se acerca a los extremos de la resolución de la escala empleada.

Al intentar medir la variable posición hay numerosos casos en donde no es posible encontrar un sensor que simultáneamente cubra todo el rango que se desea medir y que tenga la precisión requerida.

La precisión requerida en una máquina herramienta puede ser centésimas de milímetro, o incluso mayor, mientras que el recorrido total puede ser de varios metros, lo que da una diferencia de escalas de seis o más órdenes de magnitud.

Muchos de los sistemas de medición de posición lineal de gran precisión tienen un alcance relativamente muy corto; por ejemplo un sensor inductivo tipo LINTRAN puede tener una precisión de 0,488mm, pero la distancia máxima de medición son 200mm.



Los sistemas tipo “inductosyn” ofrecen resoluciones aún mayores, del orden de 0,0025mm, y en principio pueden cubrir distancias mucho mas grandes, pero el principio de medición es cíclico, y el largo de un ciclo es del orden de 12,5mm.

Esto obliga a que en muchos casos se deban usar dos sensores de posición, en un arreglo conocido como “grueso-fino”, en el cual un sensor que cubre todo el rango de operación con baja resolución define la posición aproximada del objetivo (rango grueso) y controla el movimiento hasta que se llega a una distancia del objetivo que está en el rango de operación del sensor preciso de corto alcance (rango fino), el cual se encarga de controlar la aproximación final.

Existe además otra consideración que influye en la selección de un sistema dual de medición, relacionada con la velocidad de traslación y la distancia de frenado.

Básicamente la distancia de frenado crece con la velocidad de desplazamiento, por lo que si se necesita una gran precisión en la posición final, sin sobrepaso, la última etapa del desplazamiento se debe hacer a velocidad relativamente baja, mientras que si el desplazamiento a realizarse en modo “grueso” desde la posición inicial hasta la zona del objetivo es grande, en esta fase se debe operar a alta velocidad para minimizar el tiempo de duración de la operación.

La combinación de estos dos factores lleva a que normalmente sea conveniente que durante el intervalo de desplazamiento en el rango “grueso” de la medición, con una distancia significativa entre la posición actual y la deseada, se opere con la máxima aceleración posible, idealmente en una trayectoria tipo “triangular” para minimizar el tiempo de acercamiento a la zona de posicionamiento fino.

Durante esta etapa el control es básicamente de tipo “todo/nada”: el lazo de aceleración está saturado entregando primero la máxima aceleración y, a partir del punto de comienzo de frenado, la máxima desaceleración, el de velocidad solo interviene si se alcanza la velocidad máxima, en cuyo caso simplemente cambia la demanda de aceleración a cero, y el de posición, también saturado, solo da la orden de acelerar al comienzo y de empezar a frenar cuando se llega al punto de frenado precalculado.

Hecho esto, el controlador solo opera en su zona lineal cuando entra en la zona de medición del sensor “fino”, durante la parte final (menor en distancia, pero quizá mayor en tiempo) del trayecto.

Si la diferencia de velocidades es muy grande, puede incluso ser necesario implementar un sistema “grueso-medio-fino”, en donde al final de la etapa “gruesa” se pasa a una etapa de precisión intermedia, y el controlador pasa a operar en el modo lineal, pero con unos límites de velocidad y aceleración mas grandes que en la etapa fina; esto termina de desacelerar el sistema hasta la velocidad de aproximación final, que se alcanza cuando se está entrando en el rango de medición del sistema fino.

En esta estructura el medidor del rango grueso puede ser capaz de medir distancias del orden de los metros, con una precisión del orden del cm, el intermedio capaz de medir distancias del orden de los centímetros, con una precisión milimétrica, y el mas preciso, capaz de medir milímetros, con una precisión de las milésimas de milímetro; el sistema cubre entonces mas de siete órdenes de magnitud con una precisión final micrométrica.

En otro rango de escalas, un vehículo autónomo requiere un sistema de posicionamiento de largo alcance (centenares de km) para trazar su posición en ruta en una carretera (¿GPS, sistema inercial, ambos?), uno con alcance de decenas de metros (o mas) para mantener la distancia de seguridad entre vehículos viajando a alta velocidad en la autopista, y otro capaz de medir distancias cortas, del orden de las decenas de centímetros, pero con una precisión centimétrica para mantenerse en su canal, estacionarse y/o posicionarse para recargar sus baterías.