

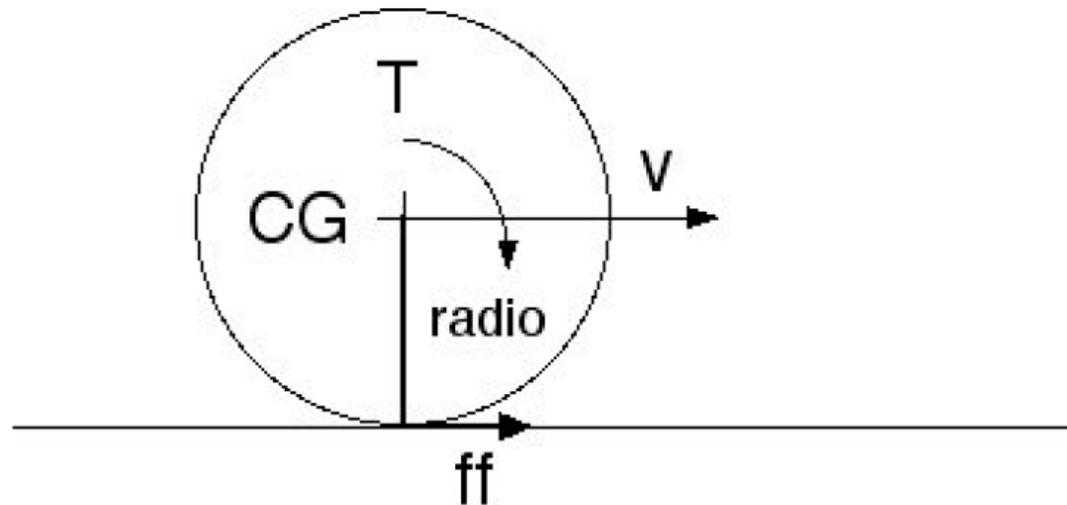
ACOPLES GIRO-DESPLAZAMIENTO LINEAL.

En una gran cantidad de aplicaciones se desea generar un desplazamiento lineal, pero resulta necesario emplear un motor que genera movimiento rotacional, como es el caso de la mayoría de los motores eléctricos y los motores de combustión interna.

En estos casos es preciso incluir en el sistema un mecanismo de acople que convierta el movimiento de giro en movimiento de desplazamiento lineal, además de adecuar el rango de velocidad angular-par del motor al rango de velocidad lineal-fuerza de la carga.

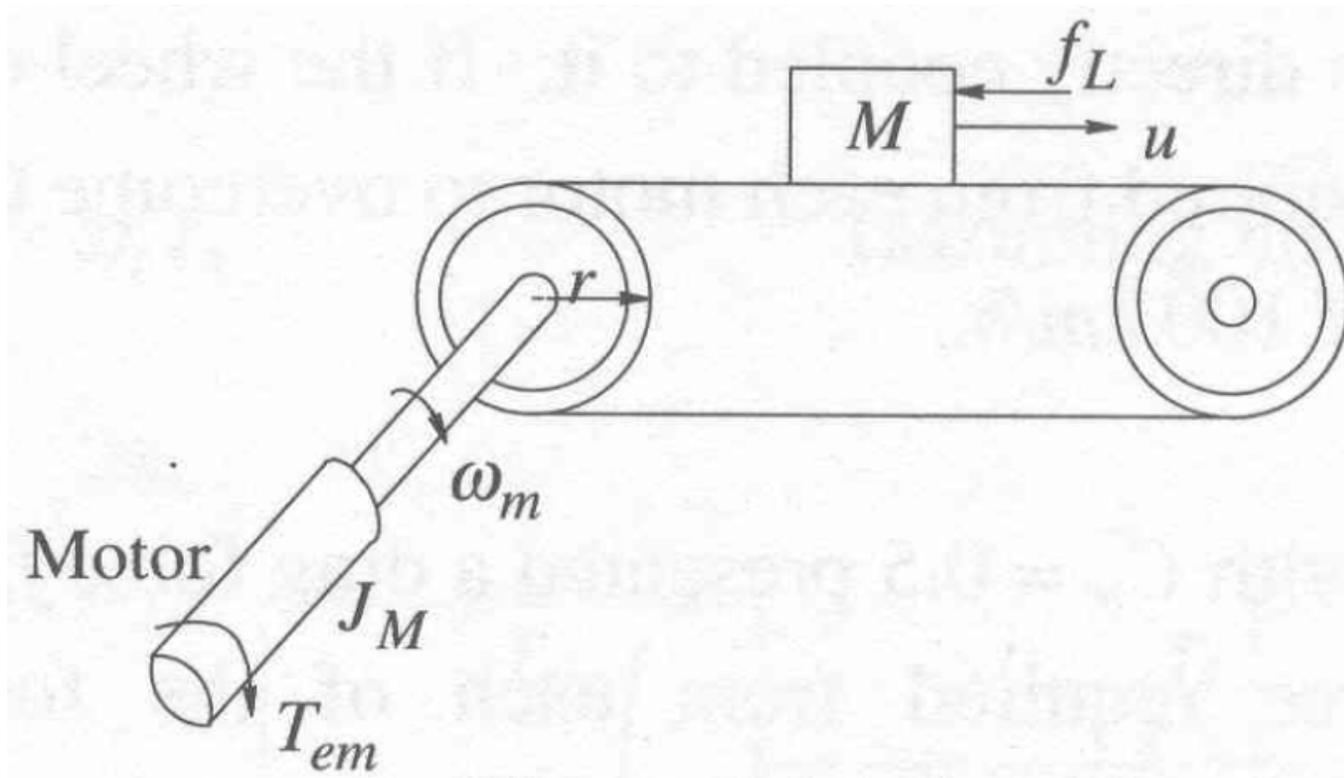
También es común que un solo acople no pueda lograr los dos objetivos, lo que implica que además del acople giro-desplazamiento es usual que entre el motor y este acople se requiera incluir además un acople giro-giro de los tipos antes considerados.

ACOPLE RUEDA A BANDA



Acople giro-desplazamiento, primer caso:

Desplazamiento del eje de la rueda que gira sobre un plano fijo.



Acople giro-desplazamiento, segundo caso:

Desplazamiento de la banda transportadora del cuerpo M , por el giro del eje de la rueda que permanece fijo en el espacio.

Dado que todo movimiento es relativo, el caso de una rueda apoyada sobre el terreno es equivalente al caso de un rodillo que al girar hace que se desplace una banda apoyada sobre el.

En el caso de la rueda, el terreno normalmente permanece fijo, y lo que se desplaza linealmente es el eje de la rueda que gira; en el caso de la banda, el eje del cilindro permanece fijo, y lo que se desplaza es la banda, y cualquier cuerpo que esté colocado en la misma.

Tanto el terreno como la banda pueden no ser horizontales, en cuyo caso el desplazamiento tiene componentes tanto en el eje X como en el Y, y hay que considerar el efecto de la proyección del peso sobre las fuerzas que actúan, lo mismo que los cambios en la energía potencial del móvil.

ACOPLE RUEDA A BANDA

Hipótesis de análisis: 1-“No existe deslizamiento relativo entre la rueda y la banda”

2-“La banda es totalmente inelástica

3.-"La rueda no se distorsiona”

Esto es:

$$v_c = 2\pi r n = 2\pi r \frac{\omega}{2\pi} = r\omega$$

donde:

v_c =velocidad (lineal) de desplazamiento de la banda

r = radio de la rueda

n = número de vueltas por unidad de tiempo

ω = velocidad angular de la rueda

Para acelerar la masa M en presencia de una fuerza de oposición f_l , es necesario una fuerza f :

$$f = M \frac{dv}{dt} + f_l$$

Esta fuerza debe ser producida por un par aplicado al eje que se puede calcular como:

$$T_c = rf = rM \frac{dv}{dt} + rf_l = r^2 M \frac{d\omega}{dt} + rf_l$$

La ecuación de par en el eje motriz resulta:

$$T_m = J_m \frac{d\omega}{dt} + T_c$$

$$T_m = J_m \frac{d\omega}{dt} + r^2 M \frac{d\omega}{dt} + r f_l$$

Donde:

J_m es la inercia rotacional total presente en el eje motriz.

$r^2 M$ es la inercia rotacional equivalente de la masa que se desplaza.

$r f_l$ es el par de oposición resultante de la fuerza de oposición f_l .

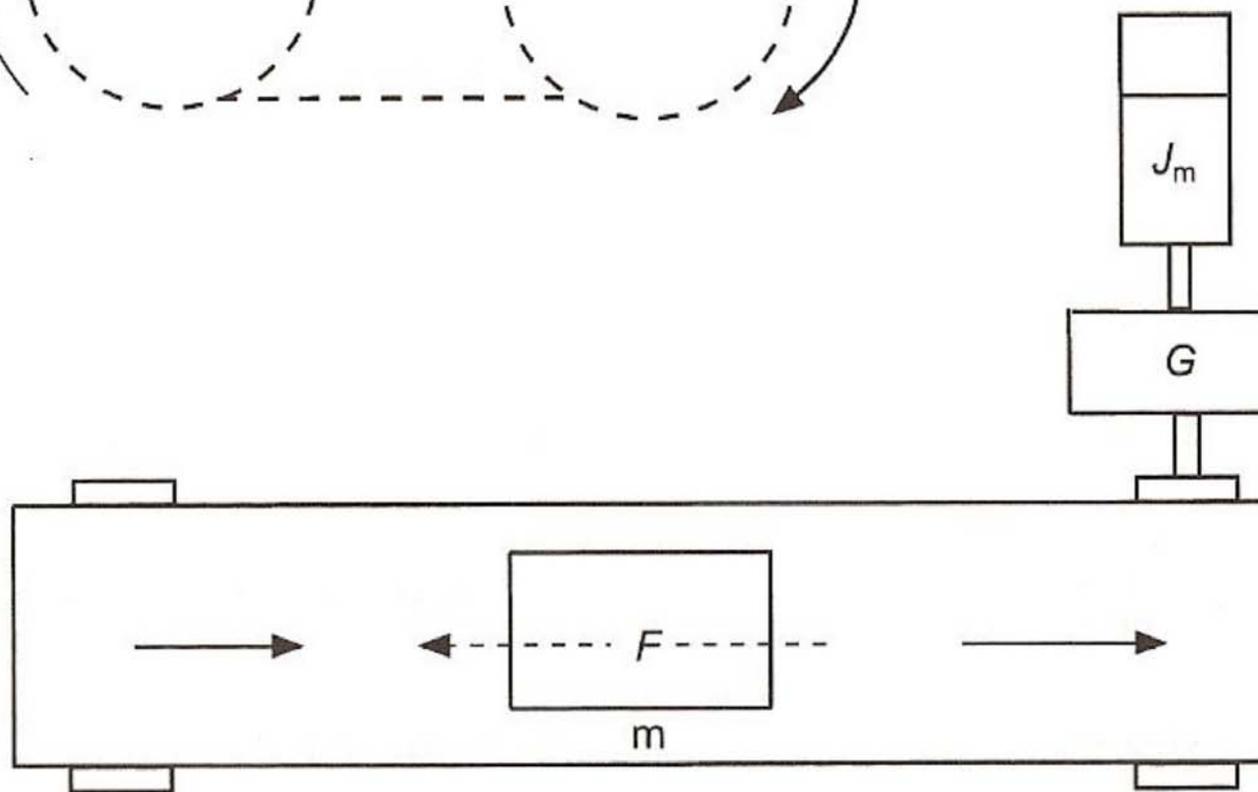
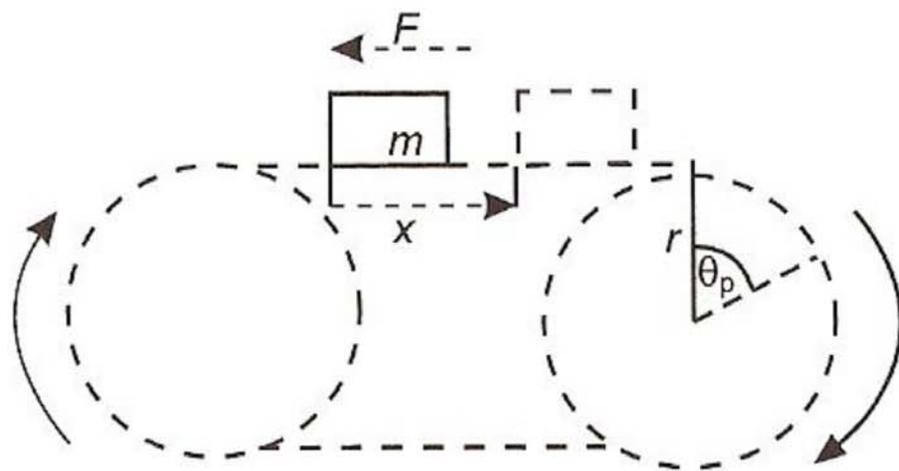
La potencia mecánica que debe proporcionar el motor, P_m , es:

$$P_m = T_m \omega_1$$

Usualmente las pérdidas por rodamiento se definen en base a la eficiencia (η) del mismo. Si se conoce este dato, las pérdidas pueden ser tomadas en cuenta haciendo que la potencia mecánica a entregar, P_{me} , sea:

$$P_{me} = \frac{P_m}{\eta}$$

donde P_m es la potencia mecánica calculada sin tomar en cuenta la eficiencia del acople.

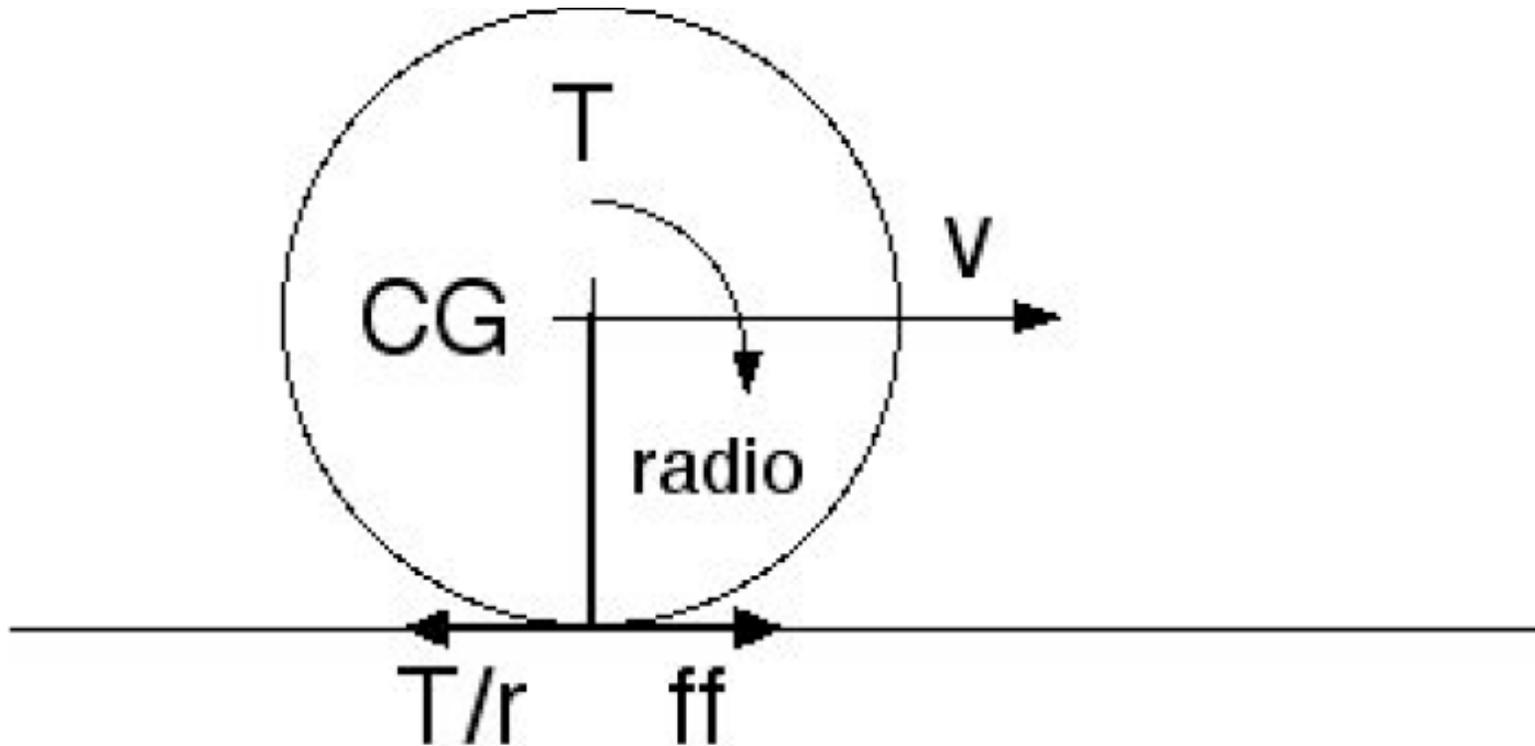


Las ecuaciones anteriores relacionan el movimiento de desplazamiento lineal del cuerpo con el de giro del eje de la rueda. En general la velocidad lineal deseada es un dato del diseño, lo mismo que el diámetro de las ruedas, por lo que la velocidad de giro del eje motriz queda determinada.

Si la fuerza motriz es proporcionada por un motor de alta velocidad de giro, como es el caso de los motores eléctricos, usualmente será necesario incluir en el sistema una caja de reducción que acople las dos velocidades de giro para lograr la transferencia óptima.

En aplicaciones donde el mecanismo de banda se usa para posicionar un actuador (por ejemplo el cabezal de una impresora), para evitar deslizamientos el actuador esta unido a la banda, no simplemente apoyado sobre ella.

PAR MOTRIZ LÍMITE



Caso límite comienzo de patinaje:

$$T/r=ff$$

Para que se cumpla la hipótesis de giro de la rueda sin desplazamiento relativo (sin “patinar”) en el punto de contacto, es preciso que:

$$\frac{T_m}{r} \leq f_f$$

Donde:

$\frac{T_m}{r}$ es la fuerza tangencial generada por el par motriz en el punto de contacto.

f_f es la fuerza de fricción entre la rueda y la superficie.

Si $\frac{T_m}{r} > f_f$, la rueda deslizará sobre la banda, el sistema patinará,

las ecuaciones antes definidas no se cumplirán y una parte considerable de la potencia aplicada se disipará en forma de calor en las superficies deslizantes, sin que se logre la aceleración lineal deseada.

Este modo de operación es generalmente indeseable y peligroso, por lo que es necesario limitar el par aplicado a un valor menor que el par límite de deslizamiento, T_{ld} , dado por:

$$T_{ld} = f_f r$$

Un sistema de control convencional puede empeorar el problema, ya que el lazo de realimentación en general reacciona al patinazo aumentando el par aplicado, lo que es contraproducente, especialmente si el patinazo se produce durante el frenado, ya que en el caso extremo lleva a que el eje detenga completamente, la rueda no gire y todo el sistema deslice sin control

Para reducir este problema es necesario incluir sistemas de control adicionales del tipo ABS (sistemas anti-bloqueo, del alemán Antiblockiersystem) que detectan la pérdida de fricción y tratan de combatirla modulando la acción de frenado para reducir el par promedio aplicado hasta el punto donde desaparezca la condición de patinaje.

Notas:

1.- La fuerza de fricción entre dos superficies es función directa de la componente perpendicular de fuerza aplicada en la zona de contacto.

La componente de la fuerza de contacto producida por el peso del cuerpo variará en función de la inclinación de la superficie en relación con la horizontal, por lo que todos los cálculos relacionados con el par límite de fricción deben ser referidos al punto de máxima pendiente del trayecto.

2.- La fuerza de fricción efectiva entre dos superficies varía en función del estado de las superficies y de la presencia de cuerpos extraños (agua, hielo, grasas, etc.), por lo que el par límite en una situación real puede ser muy diferente al calculado para condiciones ideales.

Si el par máximo requerido en una aplicación es comparable con el par límite de fricción, debe incluirse en el sistema un mecanismo de detección de patinaje para limitar el par aplicado cuando se detecte el comienzo del fenómeno.

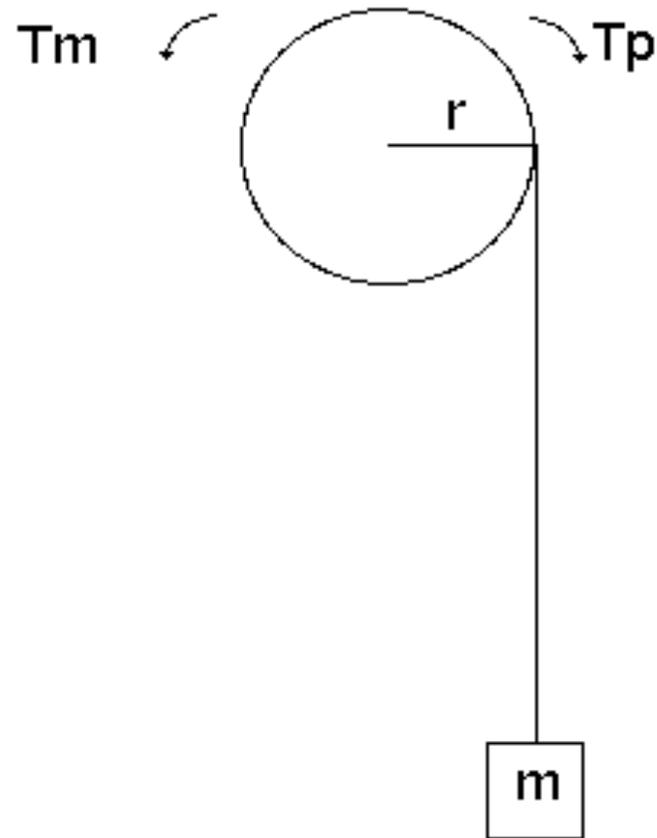
3.- La pérdida de fricción (patinazo) es grave durante el frenado, ya que limita el valor de la fuerza de frenado efectivamente aplicable a un valor por debajo de la necesaria para lograr detener el cuerpo en la distancia mínima de seguridad precalculada.

Esto requiere que el sistema reduzca automáticamente la velocidad de operación a un valor que permita la detención segura cuando se detectan condiciones que puedan producir patinajes.

Acople Tambor-Cable

Es una variante del rueda a banda, en la cual la banda es reemplazada por un cable que está fijo en un extremo al tambor y que por lo tanto se enrolla o desenrolla del mismo cuando este gira en una u otra dirección.

Un componente importante del movimiento puede ser en el eje Z, cuando el sistema se usa para desplazar cargas entre dos niveles en aplicaciones tales como grúas, ascensores, teleféricos, funiculares, etc.



Carga tipo grúa (elevador)

El peso del cuerpo actúa como fuerza externa, tratando de reducir la altura a la cual se encuentra el cuerpo.

El cable que une el cuerpo con el tambor debe operar siempre bajo tensión, y se asume que no es elástico, por lo que su longitud es constante.

El radio del tambor, r , puede ser variable si la longitud del cable a enrollar/desenrollar es grande y se forman varias capas en el tambor cuando está completamente enrollado.

Despreciando los efectos secundarios (fricción y oposición del fluido), la ecuación de balance de par es:

$$T_m = J_m \frac{d\omega}{dt} + r^2 M \frac{d\omega}{dt} + rMg$$

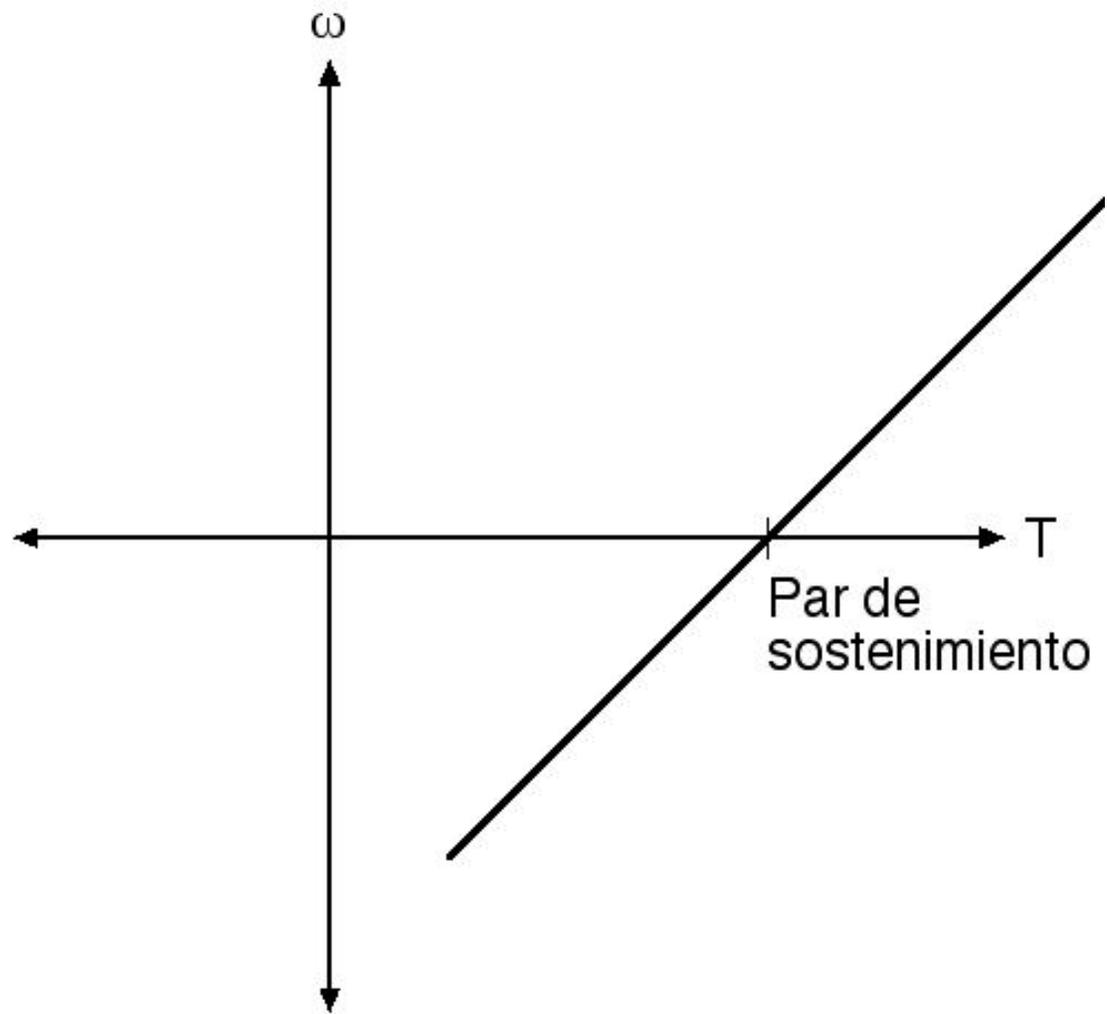
$$T_m - rMg = J_m \frac{d\omega}{dt} + r^2 M \frac{d\omega}{dt}$$

Donde definiendo el par neto disponible como:

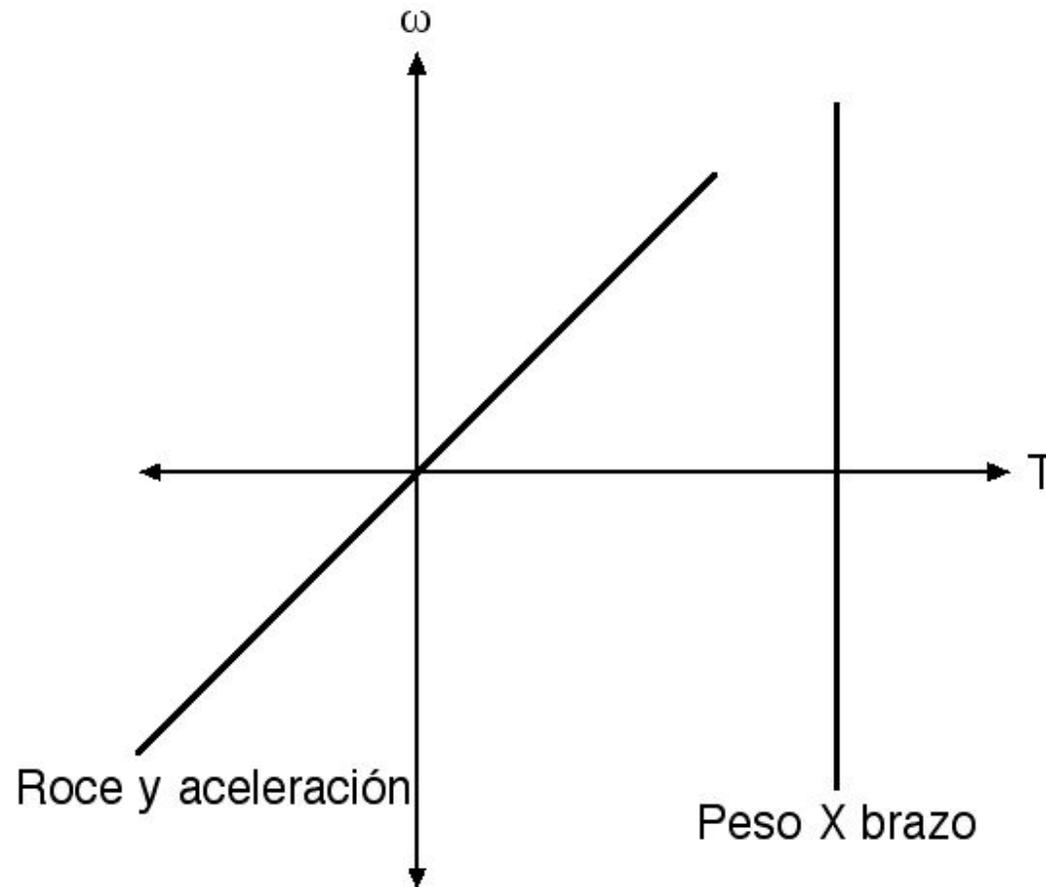
$$T_n = T_m - rMg$$

resulta:

$$T_n = J_m \frac{d\omega}{dt} + r^2 M \frac{d\omega}{dt}$$



Gráfica ω/T genérica de una carga tipo grúa.



Descomposición de los componentes del par de la carga tipo grúa (el componente "roce y aceleración" esta exagerado).

Los casos posibles son:

$$1.- T_n = T_m - rMg > 0$$

El par neto es positivo y el cuerpo acelera en la dirección de subida.

$$2.- T_n = T_m - rMg = 0$$

El par neto es cero y el cuerpo está colgado a una altura constante.

$$3.- T_n = T_m - rMg < 0$$

El par neto es negativo y el cuerpo acelera en la dirección de bajada.

La mayor aceleración de bajada posible ocurre en la situación de "caída libre", cuando el motor deja de entregar par ($T_m = 0$) y se cumple:

$$T_n = -rMg < 0$$

Nótese que el motor siempre está entregando par en la dirección de subida de la carga, independientemente de la dirección en la que la carga se mueve efectivamente.

Las ecuaciones anteriores relacionan el comportamiento de la carga con el del tambor de recogida del cable.

En general el diámetro del tambor y la velocidad lineal de la carga son datos del diseño, por lo que la velocidad de giro del eje del tambor está completamente definida.

Si la fuerza motriz es proporcionada por un motor de alta velocidad de giro, usualmente será necesario incluir en el sistema una caja de reducción que acople las dos velocidades de giro.

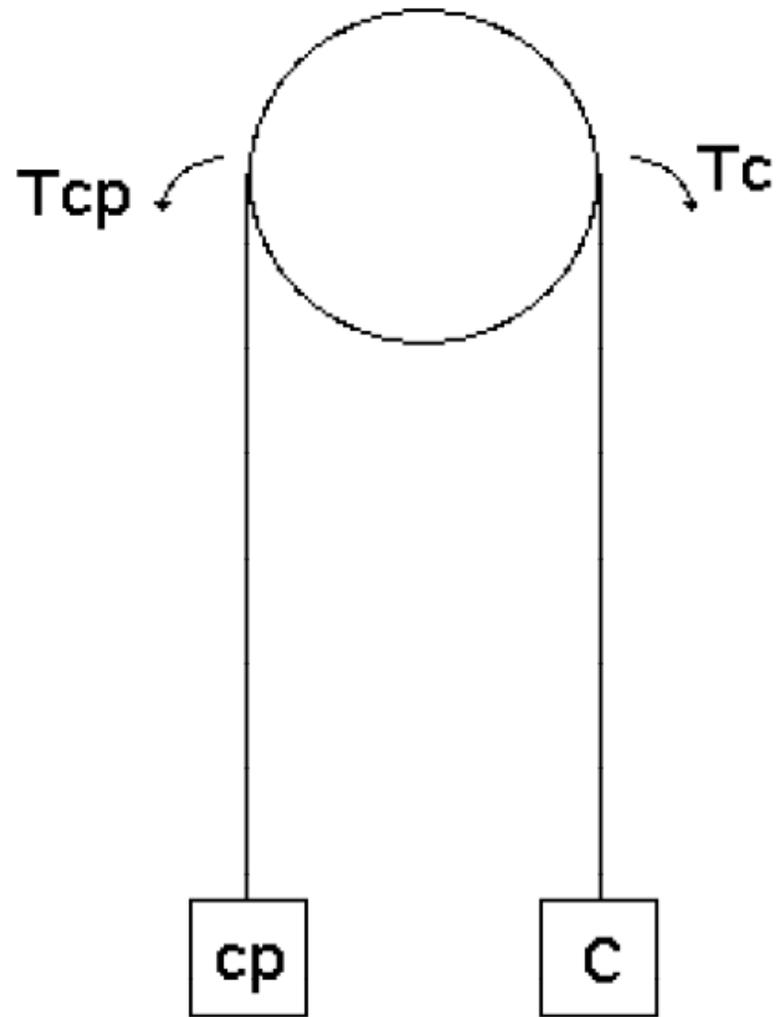
En el caso de los ascensores para uso humano, la velocidad de desplazamiento (subida y bajada) está normada en tres rangos:

- 1.- Rango de baja velocidad (ascensores en edificios pequeños, de tres a cinco pisos): $\leq 1 \text{ m/s}$
- 2.- Rango de media velocidad (ascensores para edificios altos con servicio a todos los pisos): entre 1 m/s y $2,5 \text{ m/s}$
- 3.- Rango de alta velocidad (ascensores "expresos" en edificios de gran altura con servicios segmentados): $\geq 2,5 \text{ m/s}$

Durante la operación del sistema es posible que se cambie el diámetro del arreglo según vaya cambiando el número de capas de cable enrolladas sobre el tambor (crece por capas al subir, decrece al bajar).

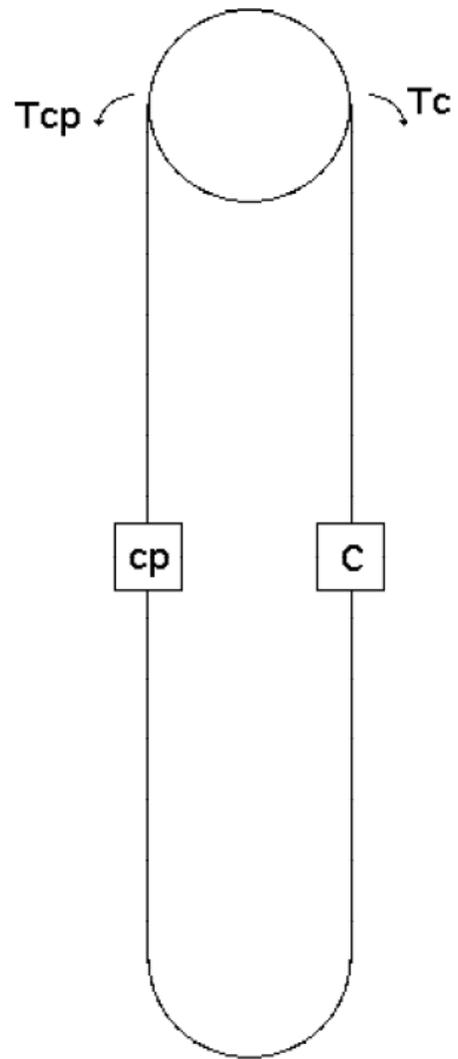
Si estos cambios son significativos, el actuador debe diseñarse para operar en el modo de potencia constante porque si se desprecian los componentes de fricción, el sistema se comporta como un sistema bobinador (subida)-debobinador (bajada).

Si el peso del cable es despreciable frente al de la carga, la tensión se mantiene automáticamente constante, definida por el peso colgante de la carga.



Compensación del peso de la cabina con un contrapeso

Para reducir el par requerido el sistema se puede modificar introduciendo un contrapeso, cuyo desplazamiento en el plano vertical es el opuesto al de la carga principal. Esto se suele hacer en ascensores, donde el peso de la cabina de los pasajeros es importante, y puede ser eliminado de la ecuación básica del par mediante un contrapeso adecuado; incidentalmente este arreglo y el siguiente pueden eliminar la posibilidad de que cambie el diámetro del arreglo tambor-cable.



Carga tipo ascensor con compensación total:
cabina y cable

En aplicaciones en donde la longitud del viaje es grande, el peso del cable es importante, pero su efecto se puede neutralizar disponiendo el mismo como un lazo cerrado; esta versión puede además incluir un contrapeso para equilibrar la carga representada por la cabina.

Nótese que los cambios incluidos para reducir el efecto del peso de los elementos auxiliares (cabina, cable, etc.) en el balance de par aumentan la masa total que debe ser movida, y por lo tanto aumentan el componente de par requerido para acelerar/frenar la masa total del sistema, lo que debe ser considerado al plantear la ecuación de balance de par y al buscar el mejor compromiso de diseño para dimensionar el motor requerido.

Si el desplazamiento de la carga ocurre en un plano inclinado, como en teleféricos, cable-tren, etc., se usan las ecuaciones desarrolladas para el caso del desplazamiento puramente vertical, reemplazando la fuerza correspondiente al peso del cuerpo por su proyección a lo largo de la dirección del gradiente del plano inclinado.

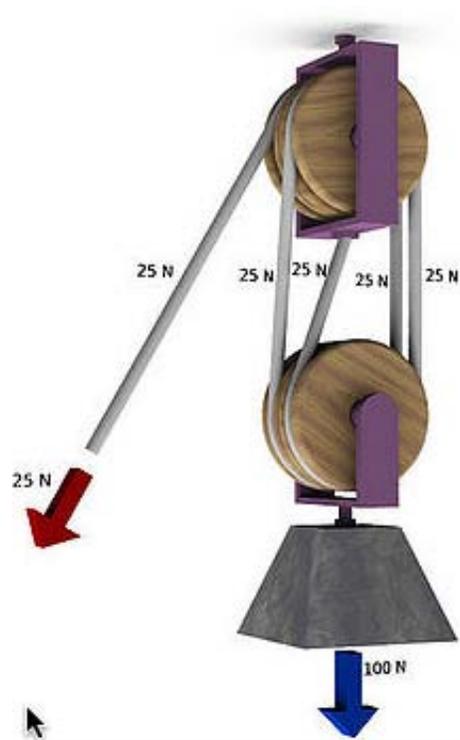
En este caso, dado que la carga y el cable deben tener apoyos adicionales, habrá un componente de fricción en el par de oposición que puede ser significativo.

Polipasto

En aplicaciones donde la carga es significativamente pesada, el sistema elevador puede incorporar una etapa multiplicadora pasiva tipo polipasto.



El sistema está formado por un dos conjuntos de poleas, uno colocado en lo alto que permanece en posición fija y otro que sube y baja junto con la carga.



La primera ventaja que ofrece el sistema es que el peso a levantar se distribuye uniformemente entre todos los n segmentos verticales del cable elevador en el polipasto (cuatro en la figura), lo que permite elevar un peso máximo igual a n veces la capacidad de carga del cable solo.

La segunda ventaja es que la fuerza que debe ejercer el tambor de tracción para elevar un cuerpo de masa M queda efectivamente dividida entre el mismo factor n :

$$f = \frac{Mg}{n}$$

La potencia que se requiere para que el cable se desplace con velocidad v en la periferia del tambor elevador, P_e , es:

$$P_e = fv$$

Como el polipasto es pasivo y no agrega potencia al sistema, la potencia aplicada a la carga, P_c , debe ser igual a la potencia de entrada, P_e :

$$P_c = Mgv_c = fv = \frac{Mg}{n}v \Rightarrow v_c = \frac{v}{n}$$

La desventaja evidente del sistema con polipasto es que la velocidad de subida de la carga es n veces menor a la velocidad de recogida del cable en el tambor elevador; adicionalmente el peso del arreglo de poleas que se desplaza con la carga aumenta el peso total a levantar y la masa del cable en movimiento aumenta n veces, lo que debe ser considerado al establecer las ecuaciones del sistema.

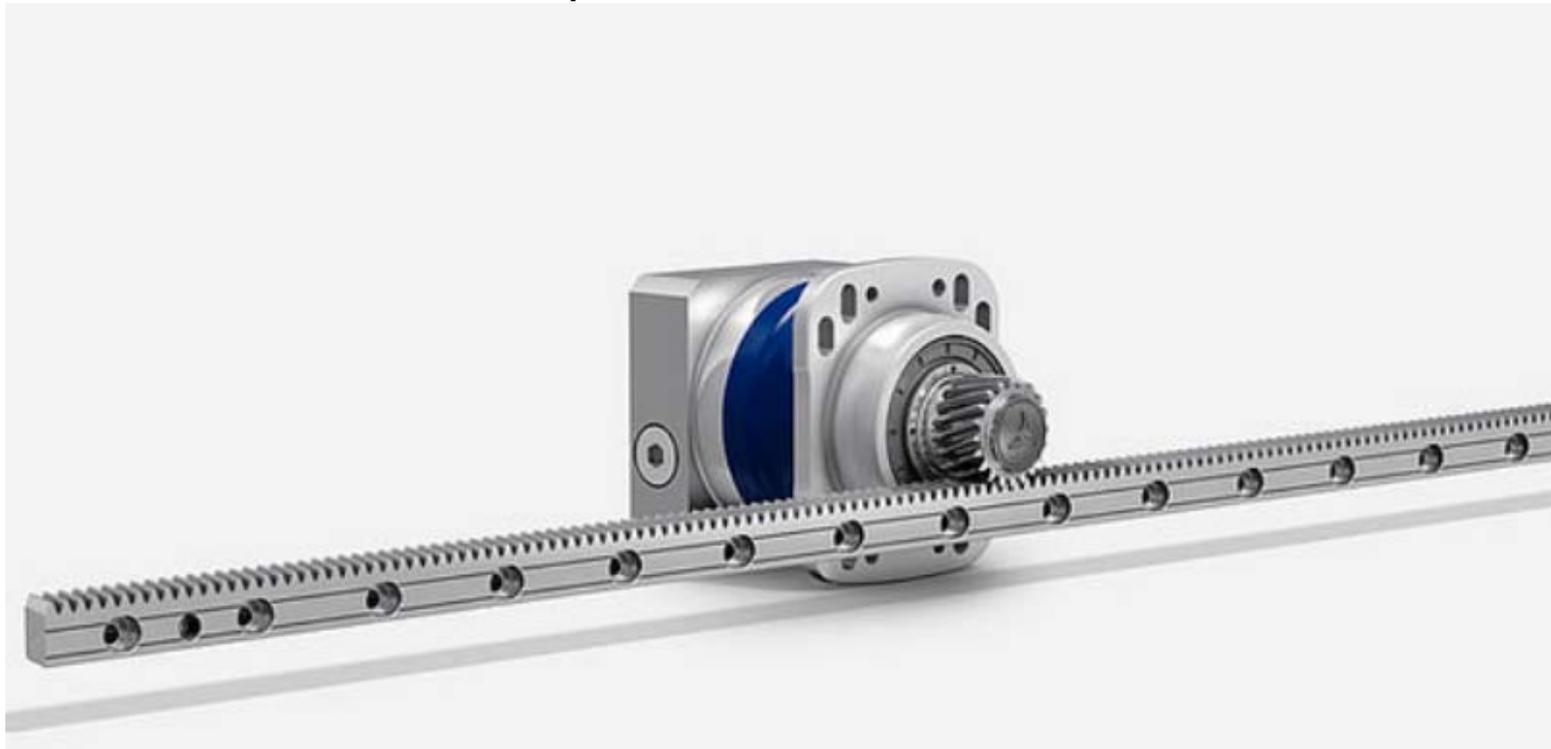
Como las características del polipasto y la velocidad de desplazamiento de la carga son datos del diseño, la velocidad de giro del tambor de recogida del cable está completamente definida.

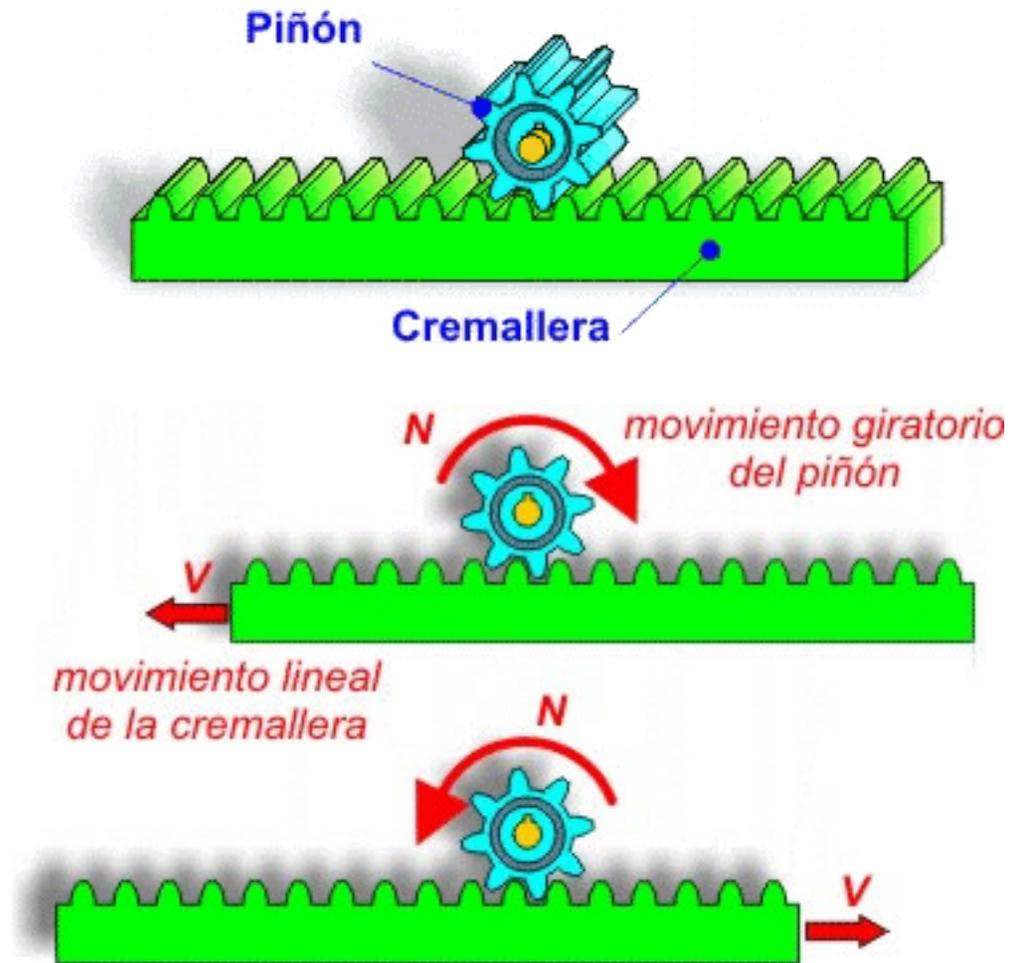
Dado el efecto reductor del polipasto, para mantener la misma velocidad de desplazamiento que en un sistema elevador sin polipasto la velocidad de giro del tambor de recogida debe ser n veces mayor en este caso.

Si la fuerza motriz es proporcionada por un motor de alta velocidad de rotación, puede resultar necesario incluir una etapa de reducción entre el eje del motor y el tambor elevador.

ACOPLE PIÑÓN CREMALLERA

Cuando es necesario transmitir un par superior al par motriz límite por fricción, el par rueda-banda lisas se puede reemplazar por un par rueda-banda dentadas, lo que se conoce como un acople "piñón-cremallera"





Sistema piñón-cremallera: movimientos relativos

Hipótesis de análisis: “No existe deslizamiento relativo entre la cremallera y el piñón”

Esto es:

$$v = Npn = Np \frac{\omega}{2\pi}$$

donde:

v = velocidad (lineal) de desplazamiento de la cremallera

N = número de dientes del piñón

P = paso (separación) entre los dientes de la cremallera

n = velocidad de la rueda, en vueltas por segundo

ω = velocidad angular de la rueda, en radianes por segundo

Por conservación de la energía:

$$E_g = E_l$$

$$E_g = \frac{1}{2} J \omega^2$$

$$E_l = \frac{1}{2} M v^2$$

$$J = M \frac{v^2}{\omega^2} = M \frac{\left(\frac{Np\omega}{2\pi}\right)^2}{\omega^2} = M \left(\frac{Np}{2\pi}\right)^2$$

Donde $\frac{Np}{2\pi}$ es el radio del piñón

Si una fuerza externa, f_l , realiza trabajo sobre la masa M , este también debe conservarse al hacer la transformación de los movimientos, luego:

$$T_l \omega = f_l v$$

$$T_l = f_l \frac{Np}{2\pi}$$

La ecuación de torque del sistema total, desde el punto de vista del motor es:

$$T_m = f_l \frac{Np}{2\pi} + J_m \frac{d\omega}{dt} + M_l \left(\frac{Np}{2\pi} \right)^2 \frac{d\omega}{dt} + J_p \frac{d\omega}{dt}$$

donde J_m es la inercia del rotor del motor y el eje motriz y J_p es la inercia rotacional del piñón.

La potencia mecánica que debe proporcionar el motor, P_m , es:

$$P_m = T_m \omega$$

Usualmente las pérdidas en el acople se definen en base a la eficiencia (η) del mismo. Si se conoce este dato, las pérdidas pueden ser tomadas en cuenta haciendo que la potencia mecánica a entregar, P_{me} , sea:

$$P_{me} = \frac{P_m}{\eta}$$

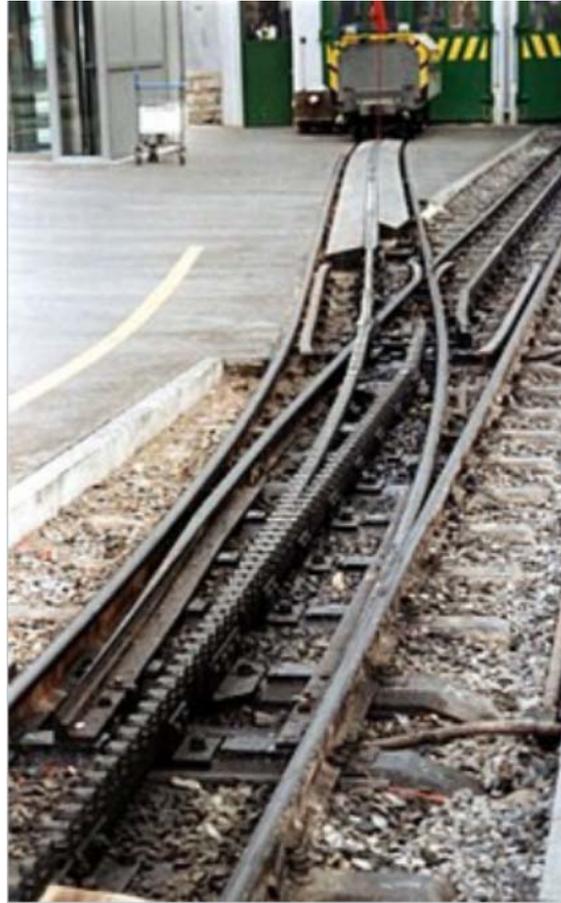
donde P_m es la potencia mecánica calculada sin tomar en cuenta la eficiencia del acople.

Dependiendo del perfil de los dientes, la eficiencia teórica de este acople puede estar entre el 45 y el 90%

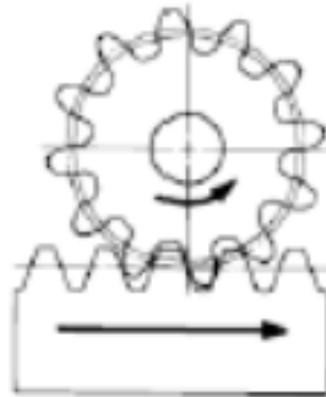
Como en el caso de los acoples con engranajes, es posible que el factor de acople requerido entre las características par/velocidad angular del motor y las de fuerza/velocidad lineal de la carga no puedan ser logrado en la práctica solo con el acople básico giro desplazamiento; en ese caso será necesario incluir un segundo elemento de acople, en la forma de una caja de reducción intercalada entre el eje del motor y el eje del piñón para lograr la transferencia óptima de par.

El acople piñón-cremallera también requiere "holgura" en los dientes, y por lo tanto tiene el mismo límite de precisión en el posicionamiento que el sistema de acople con engranajes.

La longitud de la cremallera puede ser muy grande, del orden de las decenas de km o mas, en el caso de los ferrocarriles de cremallera, muy usado en zonas montañosas donde el gradiente de la vía es superior al máximo permisible en un ferrocarril ordinario.

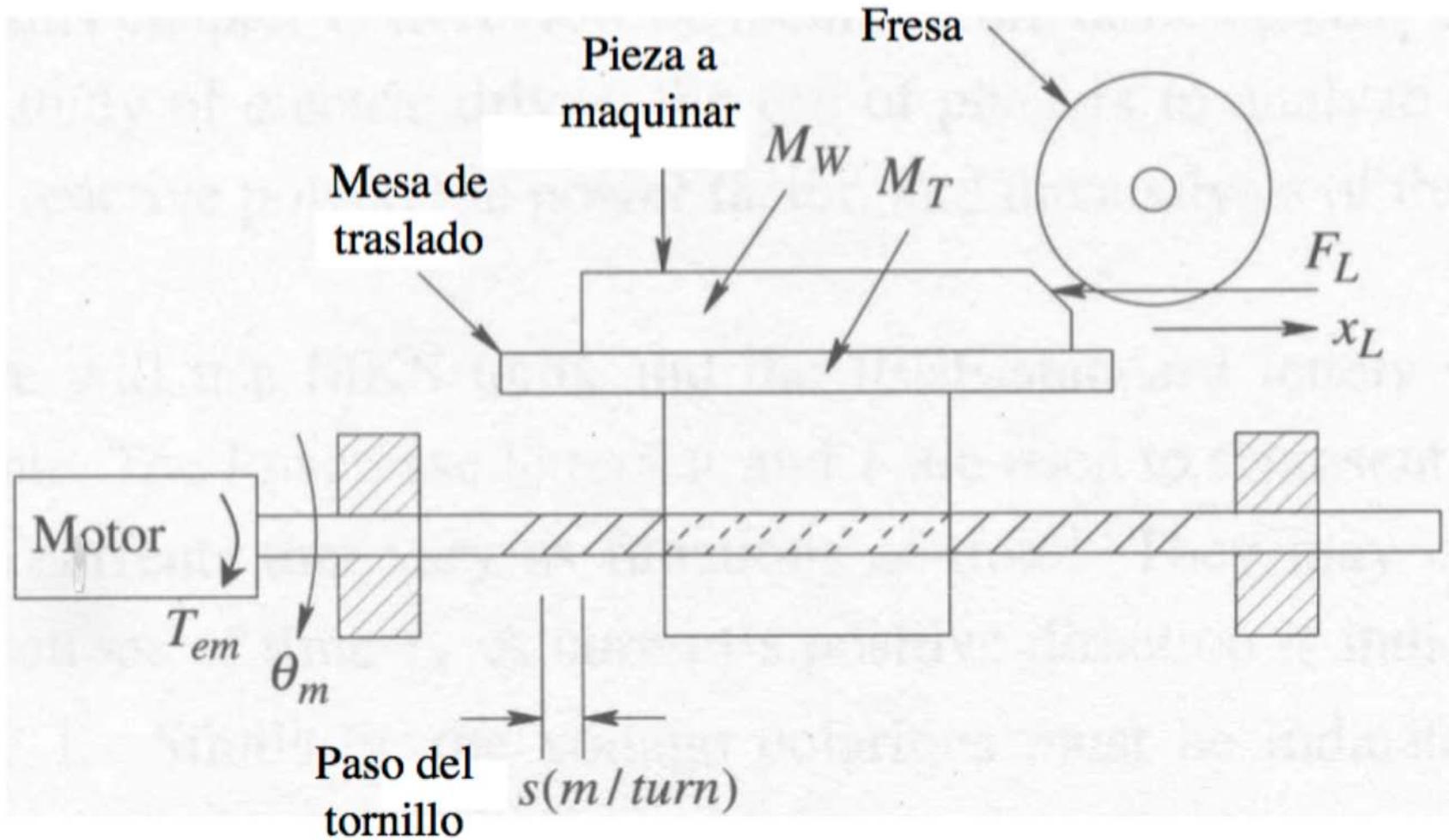


Equivalencia entre el acople piñón cremallera con el acople rueda banda.

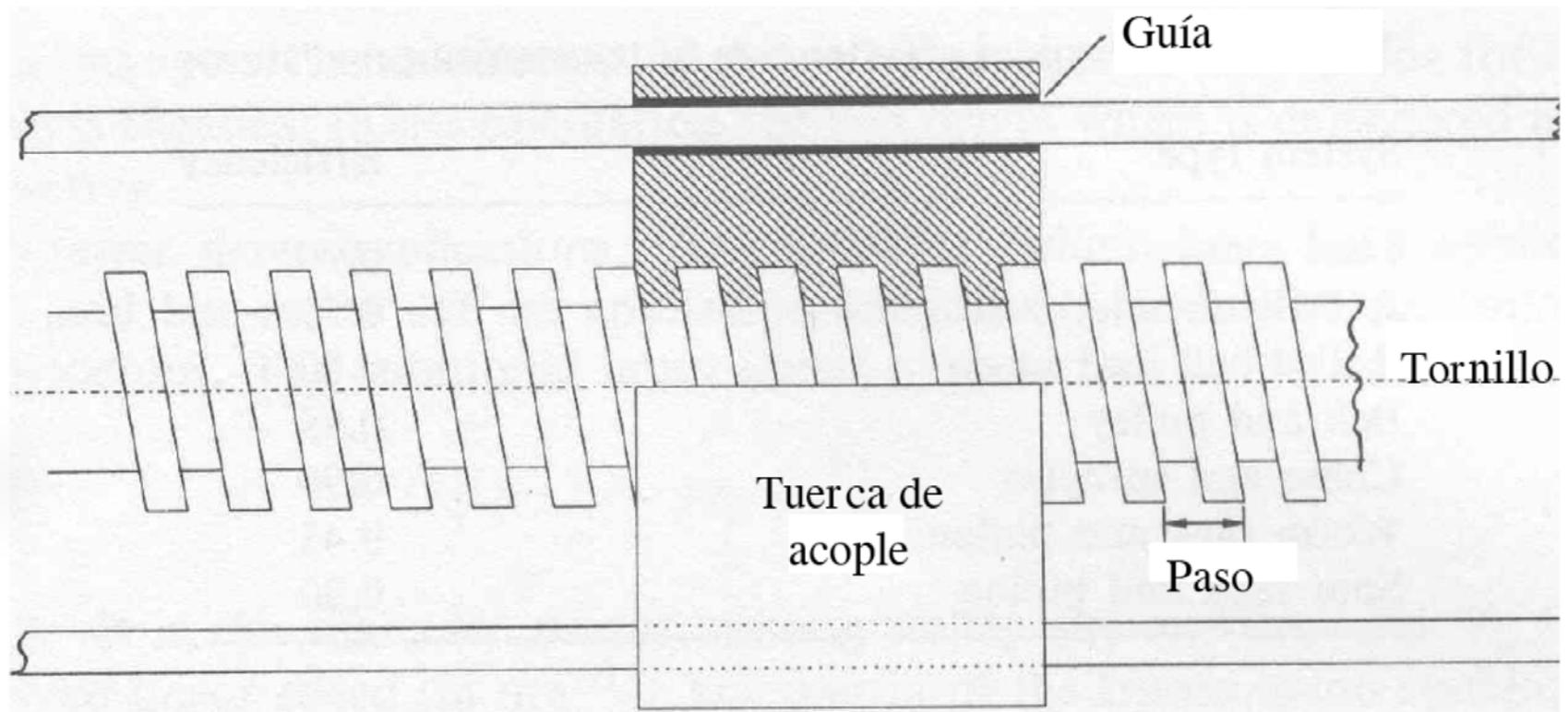


Como en el caso de los acoples polea-correa y engranaje-engranaje, se puede definir un radio de contacto equivalente entre la rueda dentada y la cremallera, en base al cual el acople puede calcularse con el conjunto de ecuaciones basadas en el radio equivalente de la rueda, sin hacer referencia al número de dientes o al paso entre los mismos.

ACOPLE A TORNILLO



Cuando se requiera controlar con gran precisión el desplazamiento lineal de un cuerpo sobre distancias cortas, y no es tolerable el error de "holgura" inevitable en un acople con engranajes, es necesario recurrir a un acople a tornillo sin fin.



Acople tipo tornillo sin fin

Hipótesis de análisis: “Por cada vuelta completa del tornillo, la tuerca de arrastre avanza una distancia igual al paso del tornillo”

Esto es:

$$v = nl = l \frac{\omega}{2\pi}$$

donde:

v = velocidad (lineal) de desplazamiento de la tuerca de arrastre

l = paso del tornillo

n = velocidad de la rueda (en vueltas por segundo)

ω = velocidad angular de la rueda (en radianes por segundo)

Por conservación de la energía:

$$E_g = E_l$$

$$E_g = \frac{1}{2} J \omega^2$$

$$E_l = \frac{1}{2} M v^2$$

$$J = M \frac{v^2}{\omega^2} = M \frac{\left(\frac{l\omega}{2\pi}\right)^2}{\omega^2} = M \left(\frac{l}{2\pi}\right)^2$$

Si una fuerza externa, f_l , realiza trabajo sobre la masa M , este también debe conservarse al hacer la transformación de los movimientos, luego:

$$T_l \omega = f_l v$$

$$T_l = f_l \frac{l}{2\pi}$$

luego, la ecuación de torque del sistema total, desde el punto de vista del motor es:

$$T_m = f_l \frac{l}{2\pi} + J_m \frac{d\omega}{dt} + M_l \left(\frac{l}{2\pi} \right)^2 \frac{d\omega}{dt} + J_t \frac{d\omega}{dt}$$

donde J_m es la inercia del rotor del motor y el eje motriz y J_t es la inercia rotacional del tornillo.

La potencia mecánica que debe proporcionar el motor, P_m , es:

$$P_m = T_m \omega$$

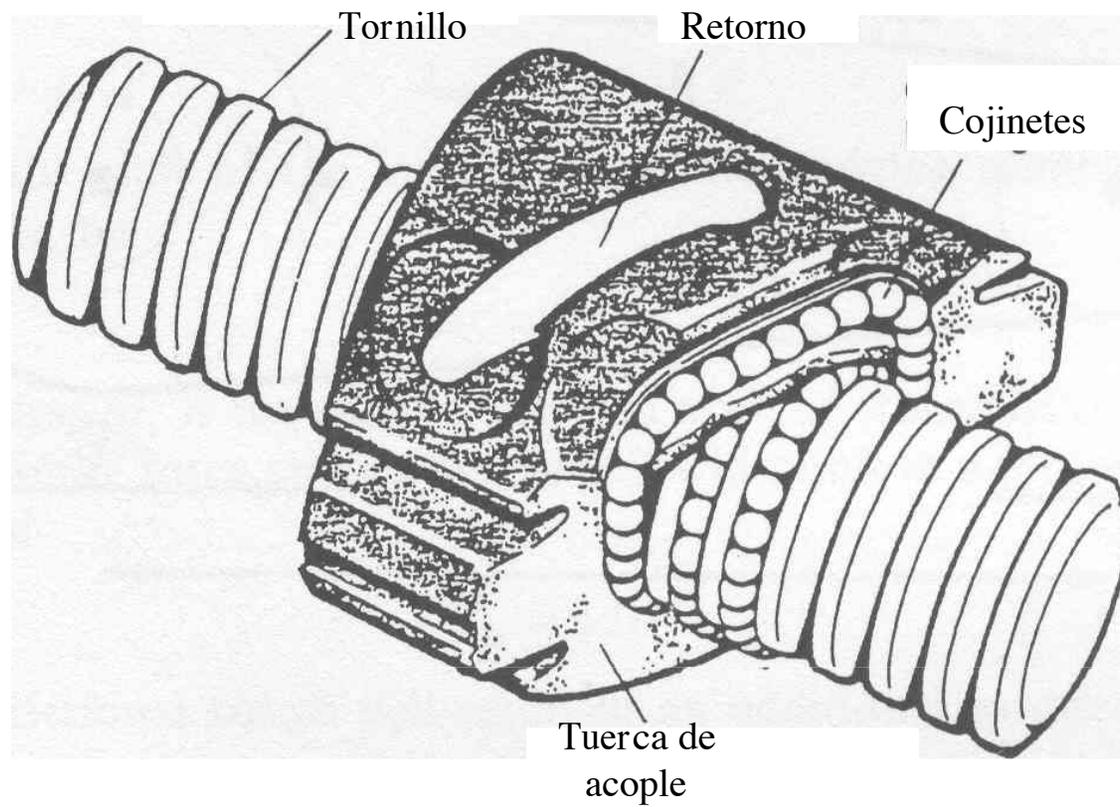
Usualmente las pérdidas en el acople se definen en base a la eficiencia (η) del mismo. Si se conoce este dato, las pérdidas pueden ser tomadas en cuenta haciendo que la potencia mecánica a entregar, P_{me} , sea:

$$P_{me} = \frac{P_m}{\eta}$$

donde P_m es la potencia mecánica calculada sin tomar en cuenta la eficiencia del acople.

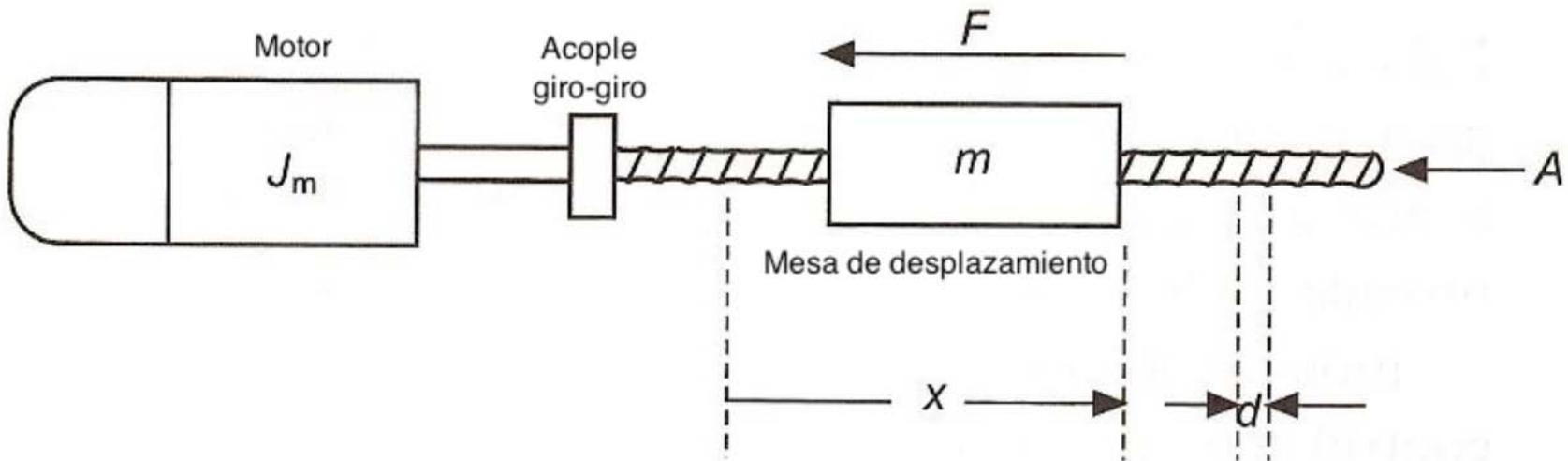
Dependiendo del tipo de rosca, la eficiencia teórica de este acople está entre el 30 y el 50%; la velocidad lineal está limitada por razones prácticas a unos 0,7 m/s.

Los acoples a tornillo con rodamientos recirculantes tienen un coeficiente de fricción muy bajo, del orden de 0,02, y pueden operar con muy alta eficiencia, del orden del 99%; no se sobrecalientan, por lo que pueden operar sin problemas en forma constante al 100% del par nominal.



Equipo	Eficiencia	Ventajas	Desventajas
Tornillo convencional	Baja	Bajo costo. Bajo ruido. Alta capacidad de transmitir par. No requiere freno externo	Velocidad limitada. Puede sobrecalentarse.
Tornillo con rodamientos re-circulantes	Alto	No sufre sobrecalentamiento	Requiere freno externo

Las ecuaciones anteriores relacionan el movimiento de desplazamiento lineal del cuerpo con el de giro del tornillo. En general el paso del tornillo queda definido por la precisión de posicionamiento requerida, y la velocidad de giro del tornillo por el paso y la velocidad lineal de desplazamiento deseada. Si la fuerza motriz es proporcionada por un motor de alta velocidad de giro, usualmente será necesario incluir en el sistema una caja de reducción que acople las dos velocidades de giro para lograr el acople óptimo.



El acople por tornillo sin fin se diferencia de todos los considerados anteriormente en que es el único que no es reversible, en el sentido de que aplicar fuerza lineal sobre la carga no logra hacer girar el tornillo, ya que por construcción esa fuerza resulta básicamente perpendicular a la pared de la espiral del tornillo.

Esto significa que el sistema no requiere de freno de retención, ya que al cesar el giro del tornillo la carga queda bloqueada en posición.