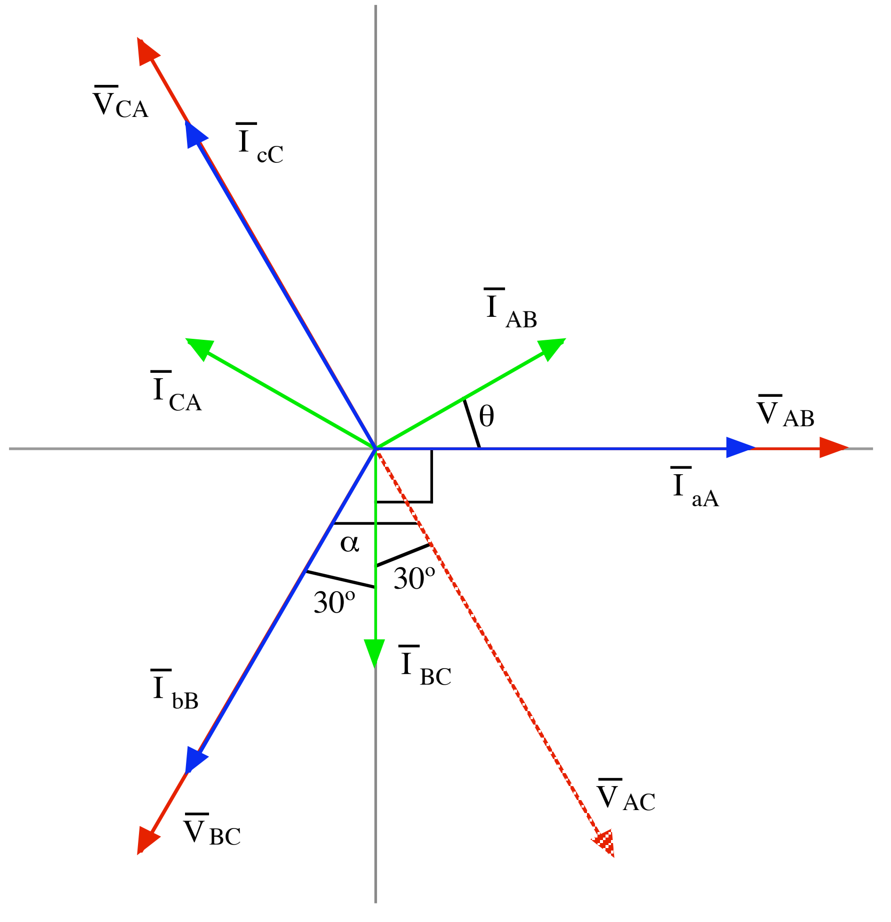
Solución del Examen de Recuperación

1.- Dibujamos el diagrama fasorial con los voltajes de linea, tomando $\overline{V}_{ab}$ como referencia de fase:

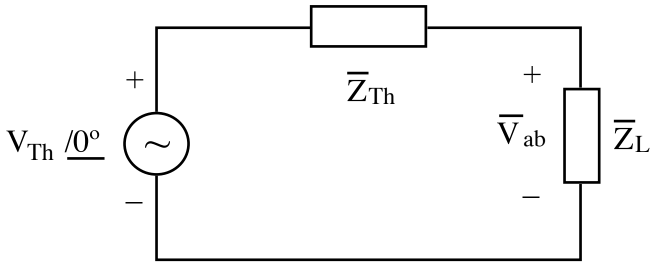


$V_{ab}.I_{bc}.\cos\beta = 0 \quad \Rightarrow \quad \beta = \pm 90°$. Como $\overline{I}_{BC}$ no puede estar a más de 90º de $\overline{V}_{BC}$ (para impedancia con parte real positiva), el diagrama muestra que la solución $\beta = +90°$ es imposible. De la relación entre corrientes de linea y corrientes de fase en una carga en delta, sabemos que la corriente de linea $\overline{I}_{bB}$ debe estar atrasada 30º con respecto a $\overline{I}_{BC}$. Con esto completamos el diagrama fasorial y, por inspección, resulta que el ángulo de la impedancia, θ, es –30º (las corrientes de fase adelantan a los voltajes de fase en la carga, luego ésta es capacitiva) y el ángulo α entre $\overline{V}_{AC}$ e $\overline{I}_{bB}$ es de 60º. Entonces:

$$\overline{Z}_{\Delta} = \frac{V_L}{I_F}\underline{/\theta} = \frac{220}{100\sqrt{3}/11}\underline{/-30°} = \frac{121\sqrt{3}}{15}\underline{/-30°}\,\Omega$$

$$\boxed{\overline{Z}_{\Delta} = 13{,}97\ \underline{/-30°}\,\Omega}$$

2.- Modelo buscado (tomando la tensión de Thevenin como referencia de fase):



$\overline{Z}_{Th} = R + jX$

Aplicando divisor de tensión y trabajando con los módulos:

Prueba (a): $\overline{Z}_L = 50\ \Omega$, $\left|\overline{V}_{ab}\right| = V_{Th}\dfrac{\left|\overline{Z}_L\right|}{\left|\overline{Z}_{Th} + \overline{Z}_L\right|} = V_{Th}\dfrac{50}{\sqrt{(R+50)^2 + X^2}} = 25\ \text{V}$ (1)

Prueba (b): $\overline{Z}_L = \dfrac{1}{j\omega C} = \dfrac{-j}{2.10^3.2{,}5.10^{-6}} = -j200\ \Omega$,

$$\left|\overline{V}_{ab}\right| = V_{Th}\frac{\left|\overline{Z}_L\right|}{\left|\overline{Z}_{Th} + \overline{Z}_L\right|} = V_{Th}\frac{200}{\sqrt{R^2 + (X-200)^2}} = 100\ \text{V} \qquad (2)$$

Prueba (a): $\overline{Z}_L = j\omega L = j2.10^3.50.10^{-3} = j100\,\Omega$,

$$\left|\overline{V}_{ab}\right| = V_{Th}\frac{\left|\overline{Z}_L\right|}{\left|\overline{Z}_{Th} + \overline{Z}_L\right|} = V_{Th}\frac{100}{\sqrt{R^2 + (X+100)^2}} = 50\ \text{V} \qquad (3)$$

Reorganizando (1), (2) y (3):

$$4V_{Th}^2 = R^2 + 100R + 2500 + X^2 \qquad (4)$$

$$4V_{Th}^2 = R^2 + X^2 - 400X + 40000 \qquad (5)$$

$$4V_{Th}^2 = R^2 + X^2 + 200X + 10000 \qquad (6)$$

Igualando (5) y (6):

$$-400X + 40000 = 200X + 10000 \quad \Rightarrow \quad \boxed{X = 50\ \Omega}$$

Igualando (4) y (5) y sustituyendo el valor de X:

$$100R + 2500 = -400(50) + 40000 \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = 175\,\Omega}$$

Finalmente, sustituyendo R y X en (4):

$$V_{Th} = \frac{1}{2}\sqrt{(175)^2 + 100(175) + 2500 + (50)^2} = 12{,}5\sqrt{85}\ \text{V}$$

$$\boxed{V_{Th} = 115{,}24\ \text{V}}$$