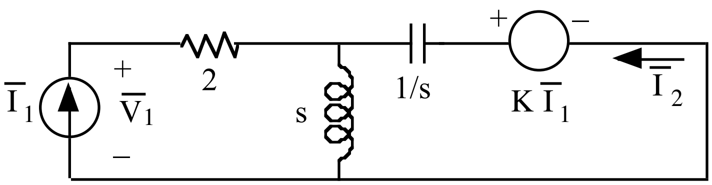
EC 2272
Análisis de Circuitos Eléctricos II
Solución del Tercer Parcial

1.- $\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix}$



$$h_{11} = \left.\frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1}\right|_{\bar{V}_2=0} \qquad h_{21} = \left.\frac{\bar{I}_2}{\bar{I}_1}\right|_{\bar{V}_2=0}$$

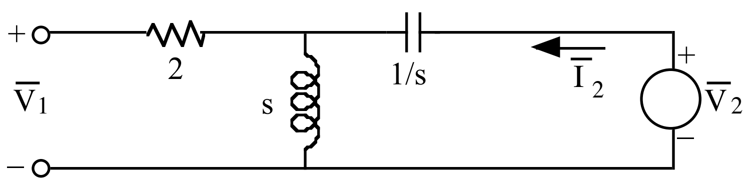
$$\bar{V}_1 = 2\bar{I}_1 + s\left(\bar{I}_1 + \bar{I}_2\right)$$

$$K\bar{I}_1 = \frac{\bar{I}_2}{s} + s\left(\bar{I}_1 + \bar{I}_2\right) \;\Rightarrow\; \bar{I}_1(K-s) = \bar{I}_2\left(\frac{s^2+1}{s}\right) \;\Rightarrow\; \bar{I}_2 = \frac{s(K-s)}{s^2+1}\bar{I}_1$$

$$\bar{V}_1 = \bar{I}_1\left(2 + s + \frac{s^2(K-s)}{s^2+1}\right) = \bar{I}_1\left(\frac{2s^2 + 2 + s^3 + s + Ks^2 - s^3}{s^2+1}\right) = \bar{I}_1\left(\frac{(2+K)s^2 + s + 2}{s^2+1}\right)$$

$$\boxed{h_{11} = \left.\frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1}\right|_{\bar{V}_2=0} = \left.\frac{(2+K)s^2 + s + 2}{s^2+1}\right|_{s=j2} = \frac{6+4K-j2}{3}}$$

$$\boxed{h_{21} = \left.\frac{\bar{I}_2}{\bar{I}_1}\right|_{\bar{V}_2=0} = \left.\frac{s(K-s)}{s^2+1}\right|_{s=j2} = -\frac{4+j2K}{3}}$$



$$h_{12} = \left.\frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2}\right|_{\bar{I}_1=0} \qquad h_{22} = \left.\frac{\bar{I}_2}{\bar{V}_2}\right|_{\bar{I}_1=0}$$

$$\bar{V}_2 = \bar{I}_2\left(\frac{1}{s} + s\right) \;\Rightarrow\; \bar{I}_2 = \bar{V}_2\left(\frac{s}{s^2+1}\right)$$

$$\bar{V}_1 = s\bar{I}_2 = \frac{s^2}{s^2+1}\bar{V}_2$$

$$\boxed{h_{12} = \left.\frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2}\right|_{\bar{I}_1=0} = \left.\frac{s^2}{s^2+1}\right|_{s=j2} = \frac{4}{3}}$$

$$\boxed{h_{22} = \left.\frac{\bar{I}_2}{\bar{V}_2}\right|_{\bar{I}_1=0} = \left.\frac{s}{s^2+1}\right|_{s=j2} = -j\frac{2}{3}}$$

Otra forma: La red es el modelo de parámetros [z], pueden hallarse éstos y hacer la conversión a [h].

2.- Para que la corriente y la tensión están en fase, se requiere que la impedancia total sea resistiva, por lo tanto 3 kHz es la frecuencia de resonancia del circuito, y $\omega_0 = 2\pi\left(3.10^3\right) = 18849{,}6$ rad/s .

$R = \dfrac{\overline{V}}{\overline{I}} = \dfrac{10}{1}$ $\boxed{R = 10\ \Omega}$

Las otras dos frecuencias representan los puntos de 3 dB, así que el ancho de banda $\Delta f = 3{,}26 - 2{,}76 = 0{,}5$ kHz, o $B = 3141{,}6\ \text{rad/s} = \dfrac{R}{L}$

$L = \dfrac{R}{B} = \dfrac{10}{3141{,}6}$ $\boxed{L = 3{,}18\ \text{mH}}$ $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow C = \dfrac{1}{L\omega_0^2} = \dfrac{1}{\left(3{,}18.10^{-3}\right)\left(18849{,}6\right)^2}$ $\boxed{C = 0{,}884\ \mu\text{F}}$

4.- Conversión de frecuencia pasa-bajos a pasa-banda:

$$\bar{s} = \frac{1}{B}\left(s + \frac{\omega_0^2}{s}\right), \qquad j\bar{\omega} = \frac{1}{B}\left(j\omega - j\frac{\omega_0^2}{\omega}\right)$$

Podemos trabajar con frecuencias en kHz, pues sólo nos interesan cocientes de frecuencia, con lo cual se cancela el factor $2\pi.10^3$.

$$\bar{\omega}_{a1} = \frac{1}{B}\left(f_{a1} - \frac{f_0^2}{f_{a1}}\right) = \frac{1}{10}\left(710 - \frac{750^2}{710}\right) = 8{,}225$$

$$\bar{\omega}_{a2} = \frac{1}{B}\left(f_{a2} - \frac{f_0^2}{f_{a2}}\right) = \frac{1}{10}\left(790 - \frac{750^2}{790}\right) = 7{,}797$$

$\bar{\omega}_{a2}$ representa la mayor restricción; si se cumple la condición de atenuación para ella, también se cumplirá en la frecuencia mayor $\bar{\omega}_{a1}$.

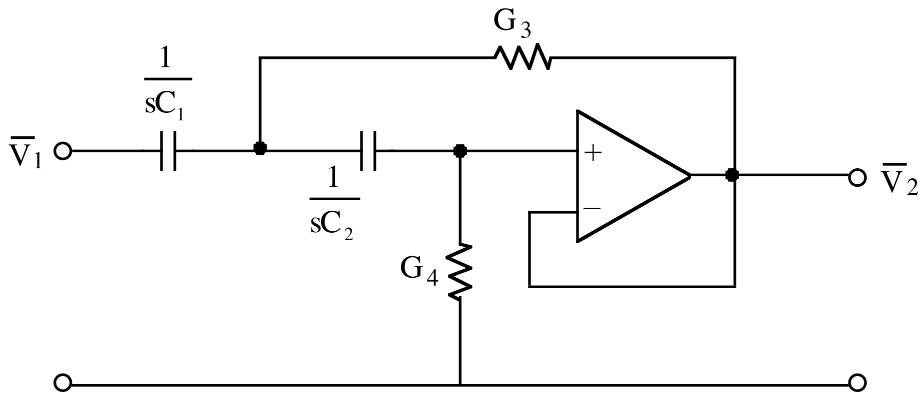
Los puntos de 3 dB se normalizan al valor $\bar{\omega}_p = 1$. Entonces:

$$n \geq \frac{\log\left(10^{\frac{A_{a2}}{10}} - 1\right) \Big/ \log\left(10^{\frac{A_p}{10}} - 1\right)}{2\log\left(\bar{\omega}_{a2} / \bar{\omega}_p\right)} = \frac{\log\left(10^{\frac{40}{10}} - 1\right) \Big/ \log\left(10^{\frac{3}{10}} - 1\right)}{2\log\left(7{,}797\right)} = \frac{4}{1{,}784} = 2{,}24$$

$\boxed{n = 3}$

Este es el orden del filtro pasa-bajos normalizado. Al aplicar la transformación a pasa-banda, el filtro resultante será de orden $\boxed{n = 6.}$

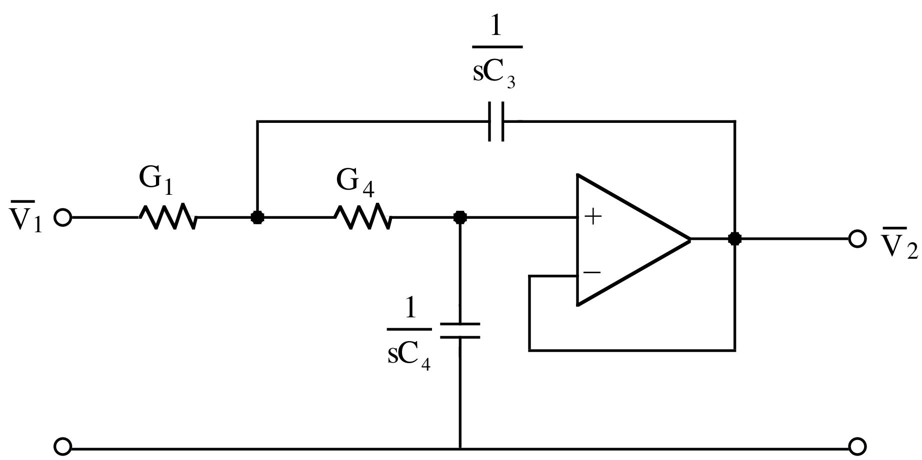
3.- a) Redibujando el circuito:



En baja frecuencia, los condensadores bloquean el paso de corriente desde la entrada, mientras que son un cortocircuto en alta frecuencia. Cualitativamente, el circuito se comporta como un filtro pasa-altos. Esto se comprueba con la expresión de H(s), la cual tiene la forma de un **filtro pasa-altos**:

$$H(s)=\frac{\overline{V}_2}{\overline{V}_1}=\frac{sC_1\,sC_2}{\left(sC_2+G_4\right)\left(sC_1+G_3\right)+sC_2G_4-sC_2G_3}=\frac{s^2}{s^2+s\left(\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}\right)G_4+\dfrac{G_3G_4}{C_1C_2}}$$

b) Redibujando el circuito:



En baja frecuencia, los condensadores son un abierto, por lo que la entrada del seguidor y, por lo tanto $\overline{V}_2$, es igual a $\overline{V}_1$. En alta frecuencia, los condensadores cortocircuitan al seguidor, por lo cual la salida tiende a cero. Cualitativamente, el circuito se comporta como un filtro pasa-bajos. Esto se comprueba con la expresión de H(s), la cual tiene la forma de un **filtro pasa-bajos**:

$$H(s)=\frac{\overline{V}_2}{\overline{V}_1}=\frac{G_1\,G_2}{\left(G_2+sC_4\right)\left(G_1+sC_3\right)+G_2sC_4-G_2sC_3}=\frac{G_1G_2/C_3C_4}{s^2+\dfrac{\left(G_1+G_2\right)}{C_3}s+\dfrac{G_1G_2}{C_3C_4}}$$