

3.3 Implementación de Filtros

El proceso de diseño de filtros consiste en encontrar una función de transferencia que cumpla las especificaciones dadas.

Una vez conseguida, tenemos que implementar un circuito electrónico cuya función de transferencia sea precisamente ésta.

A la hora de implementar el filtro podemos elegir entre filtros activos o filtros pasivos. Esta elección dependerá de la aplicación en cuestión.

•Ventajas e Inconvenientes de los filtros activos frente a los pasivos:

- Ventajas:
 - Posibilidad de obtener impedancia de entrada elevada e impedancia de salida baja.
 - Posibilidad de conexión en cascada.
 - Eliminación de las bobinas.
 - Posibilidad de integración.
 - Fabricación barata.
 - Posibilidad de amplificación.

- Inconvenientes:
 - Necesidad de una fuente de alimentación, normalmente simétrica.
 - Limitación de la tensión de salida a la tensión de saturación de los operacionales.
 - Limitación de uso a frecuencias por debajo de la de corte del amplificador (Aplicaciones de Audio)

3.3.1 Filtros de Primer Orden

La expresión general de la función de transferencia de un filtro de primer orden es:

$$H(j\omega) = H_0 \frac{N(j\omega)}{1 + j\omega\tau}$$

Donde:

$N(j\omega)$ es polinomio de grado ≤ 1

$\tau = \frac{1}{\omega_c}$, con $\omega_c = 2\pi f_c$, donde f_c es la frecuencia de corte del filtro.

Frecuencia de corte del filtro: frecuencia a la cual la respuesta en amplitud es $\frac{1}{\sqrt{2}}$ veces la amplitud máxima.

Los filtros de primer orden sólo pueden ser filtros paso alto o filtros paso bajo.

• Filtros Paso Bajo

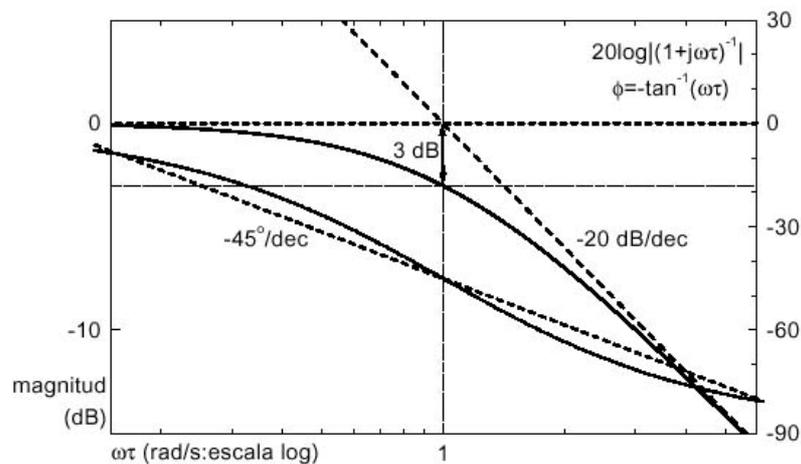
La expresión general de la función de transferencia para filtros paso bajo de primer orden es:

$$H(j\omega) = \frac{H_0}{1 + j\omega\tau}$$

La respuesta de amplitud y fase de esta función de transferencia es:

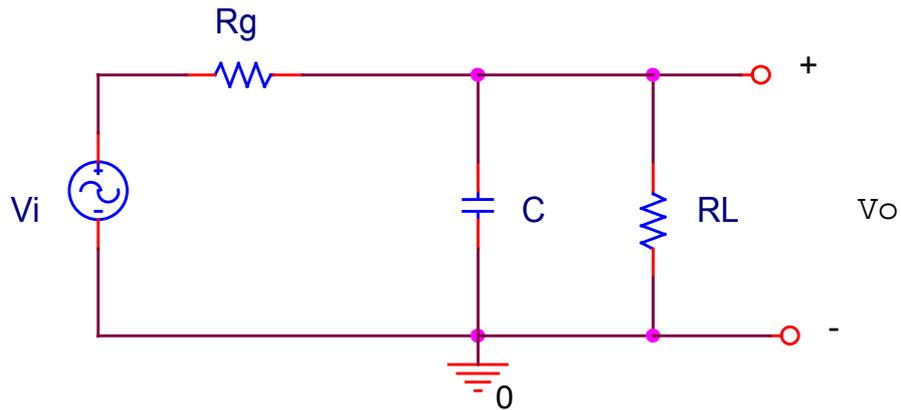
$$|H(j\omega)| = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$$

$$\phi(\omega) = -\arctg\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$



⇒ Implementación con circuitos pasivos

Circuito con Condensador



En este caso obtenemos

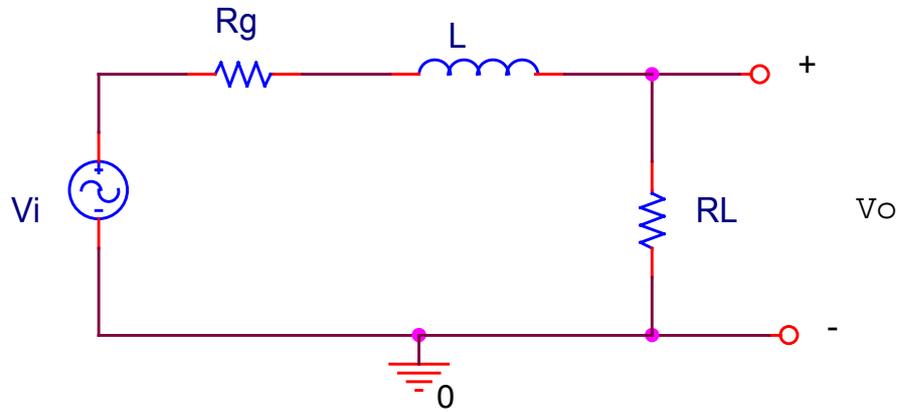
$$H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = \frac{R_L}{R_g + R_L} \cdot \frac{1}{1 + j\omega \frac{R_g R_L}{R_g + R_L} C}$$

de donde

$$H_0 = \frac{R_L}{R_g + R_L}$$

$$\omega_c = \frac{R_g + R_L}{R_g R_L C}$$

Circuito con Bobina



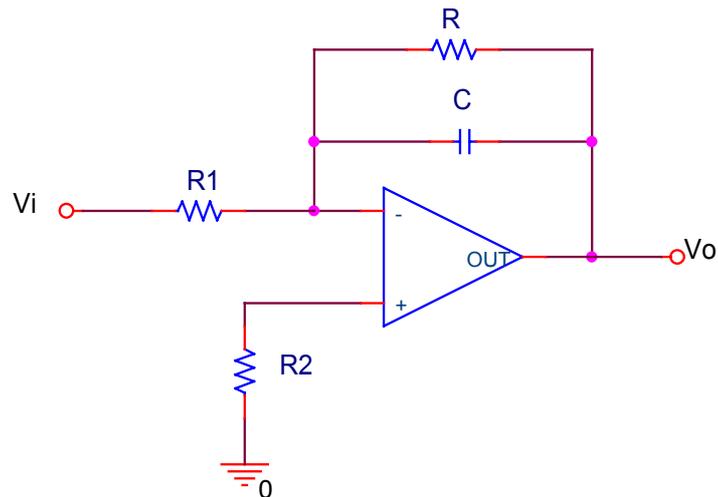
En este circuito obtenemos

$$H_0 = \frac{R_L}{R_g + R_L}$$

$$\omega_c = \frac{R_g + R_L}{L}$$

☞ Implementación con circuitos activos

Circuito activo paso bajo inversor

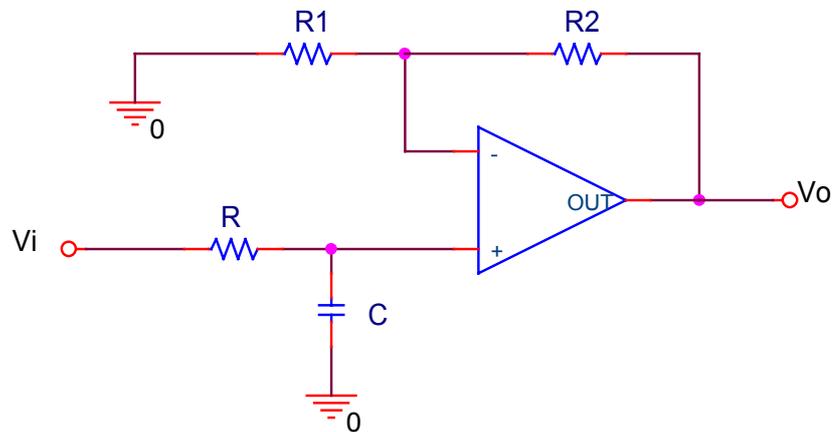


En este caso los parámetros que definen la función de transferencia son:

$$H_0 = -\frac{R}{R_1}$$

$$\omega_c = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$$

Circuito activo paso bajo no inversor



En este caso obtenemos:

$$H_0 = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

$$\omega_c = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$$

• Filtros Paso Alto

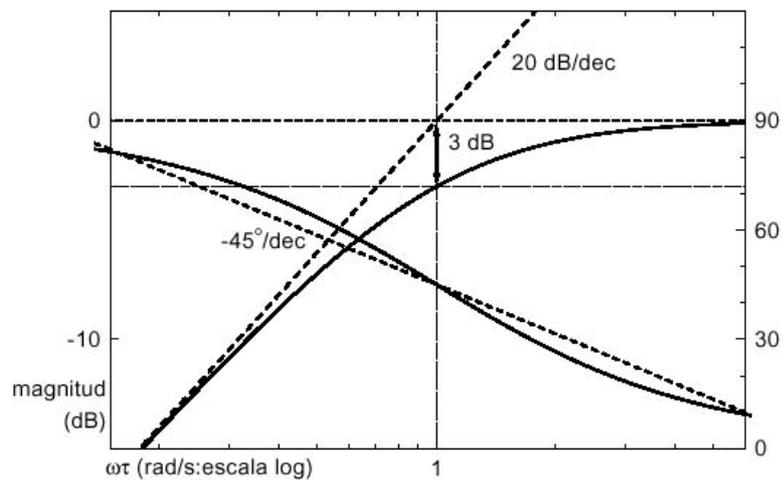
La expresión general de la función de transferencia para un filtro paso alto de primer orden es:

$$H(j\omega) = H_0 \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}$$

La respuesta en amplitud y en fase del sistema es:

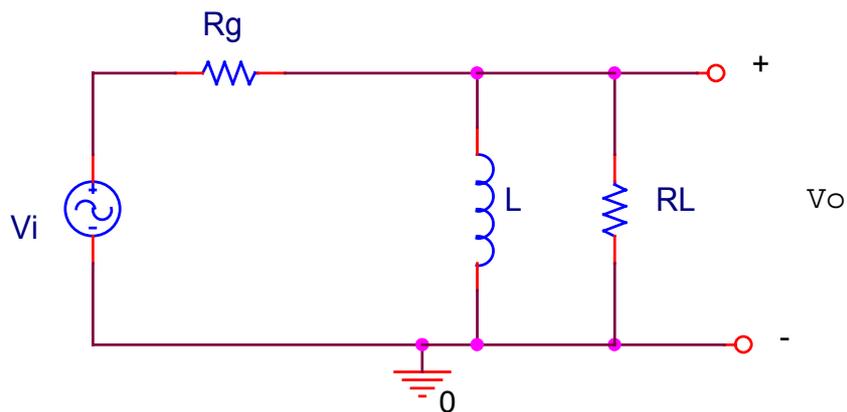
$$|H(j\omega)| = H_0 \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}$$

$$\phi(\omega) = 90 - \arctg\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$



⇒ Implementación con Circuitos Pasivos

Circuito pasivo con bobina

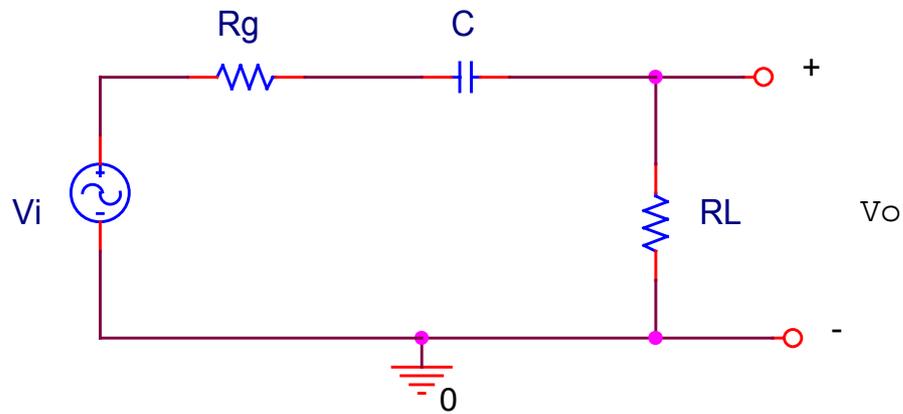


Calculando la función de transferencia del circuito y comparando con la expresión general de un filtro paso alto de primer orden obtenemos:

$$H_0 = \frac{R_L}{R_g + R_L}$$

$$\omega_c = \left(L \frac{R_g + R_L}{R_g R_L} \right)^{-1}$$

Circuito pasivo con condensador



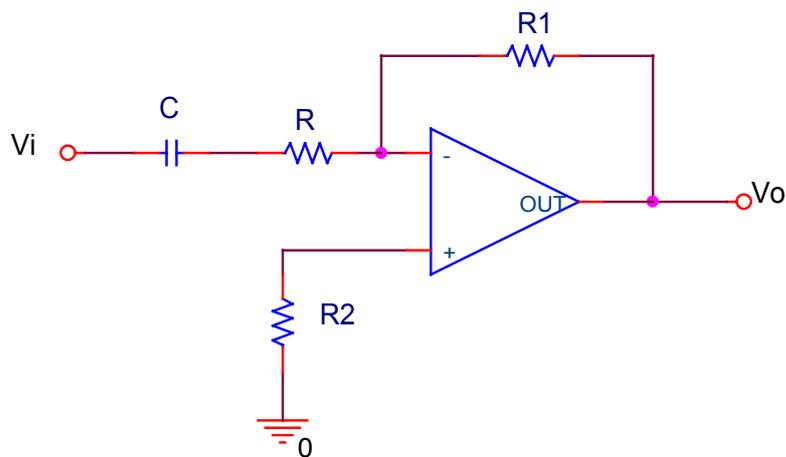
Para este circuito obtenemos los siguientes parámetros:

$$H_0 = \frac{R_L}{R_g + R_L}$$

$$\omega_c = \frac{1}{C(R_g + R_L)}$$

☞ Implementación de filtros paso alto de primer orden con circuitos activos

Circuito activo paso bajo inversor

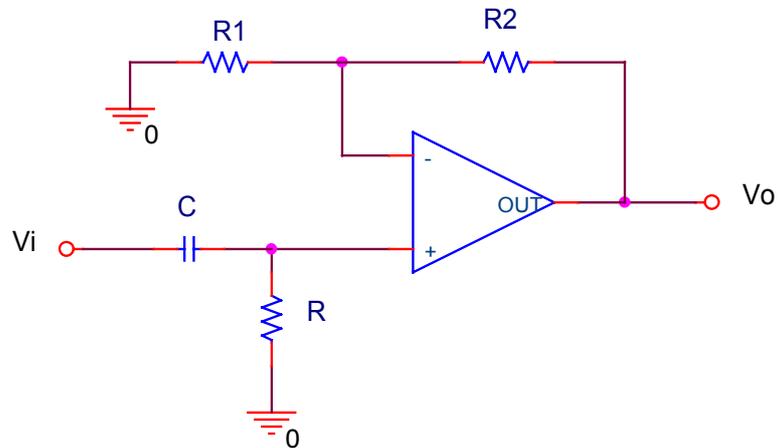


Los parámetros de la función de transferencia obtenidos en este caso son:

$$H_0 = -\frac{R_1}{R}$$

$$\omega_c = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$$

Circuito activo paso bajo no inversor



Los parámetros de la función de transferencia para este circuito son:

$$H_0 = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

$$\omega_c = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$$

3.3.2 Filtros de segundo orden

La expresión general para la función de transferencia de un filtro de segundo orden es:

$$H(j\omega) = H_0 \frac{N(j\omega)}{1 + 2\zeta \left(j \frac{\omega}{\omega_0} \right) + \left(j \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}$$

Donde:

$N(j\omega)$ es un polinomio de grado ≤ 2

$\omega_0 = 2\pi f_0$, siendo f_0 la frecuencia característica del filtro (si tenemos un filtro RLC coincide con la frecuencia de resonancia del filtro)

ζ es el factor de amortiguamiento. A partir de éste se define el factor de calidad $Q = \frac{1}{2\zeta}$

⇨ Cálculo de los polos de la función de transferencia.

Dependiendo del valor de ζ , tenemos tres posibilidades para el cálculo de los polos.

Ecuación a resolver -> $1 + 2\zeta \frac{s}{\omega_0} + \frac{s^2}{\omega_0^2} = 0$

- $\zeta > 1$. Polos reales distintos => Sistema Sobreamortiguado

$$p_1 = \omega_0 \left(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1} \right)$$

$$p_2 = \omega_0 \left(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1} \right)$$

- $\zeta = 1$. Polo real doble. Sistema Críticamente Amortiguado

$$p = -\omega_0 \zeta$$

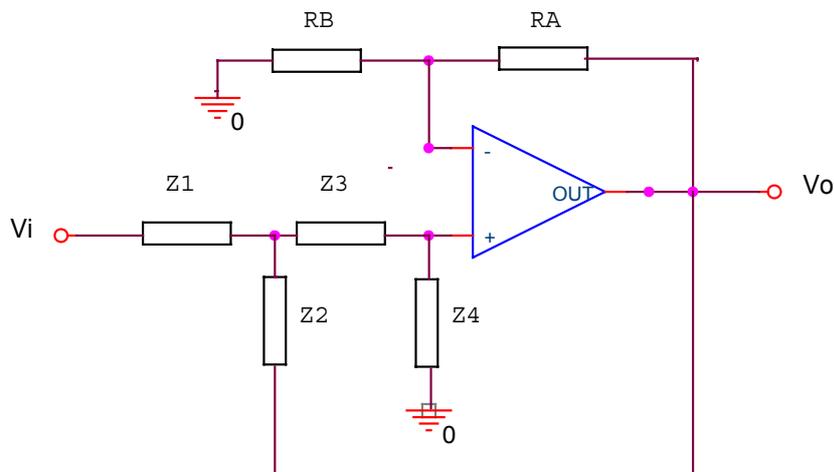
- $\zeta < 1$. Polos complejos conjugados. Sistema Subamortiguado

$$p_1 = \omega_0 \left(-\zeta + j\sqrt{1 - \zeta^2} \right)$$

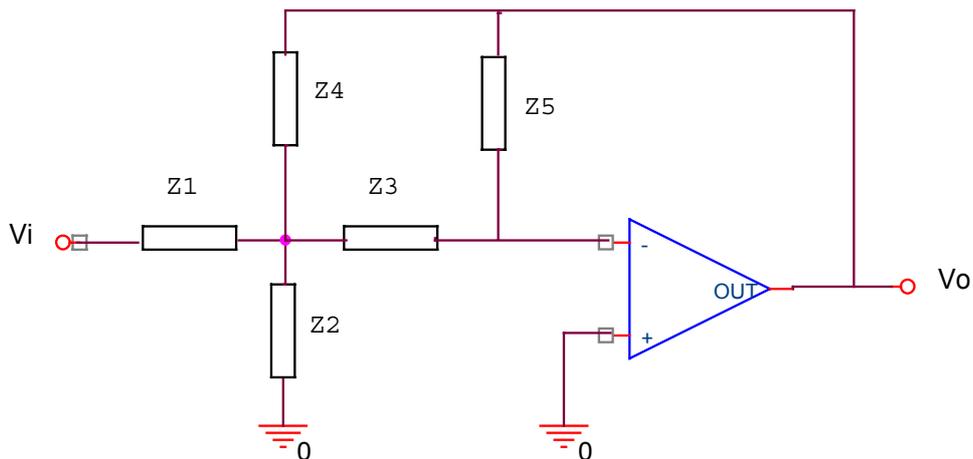
$$p_2 = \omega_0 \left(-\zeta - j\sqrt{1 - \zeta^2} \right)$$

☞ Filtros activos de segundo orden

Se utilizan filtros estándar que permiten diseñar los filtros de forma rápida y mecánica. Los más usados son las células de Sallen-Key y las células de Rauch. Diseñando de forma adecuada las impedancias de estas células tendremos filtros paso bajo, paso alto y paso banda.



Célula de Sallen-Key de segundo orden



Célula de Rauch de segundo orden

• Filtros Paso Bajo de Segundo Orden

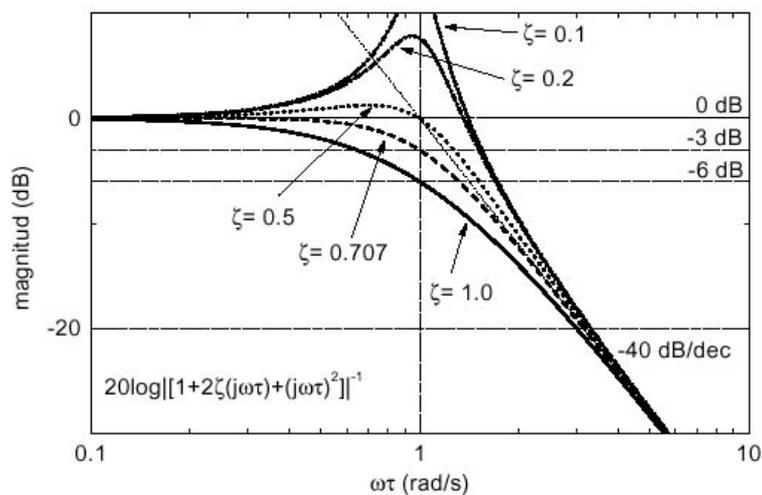
La expresión estándar de la función de transferencia es:

$$H(j\omega) = H_0 \frac{1}{1 + 2\zeta(j\frac{\omega}{\omega_0}) + (j\frac{\omega}{\omega_0})^2}$$

La respuesta en amplitud y fase del sistema es:

$$|H(j\omega)| = \frac{H_0}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

$$\phi(\omega) = -\arctan g \left(\frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \right)$$

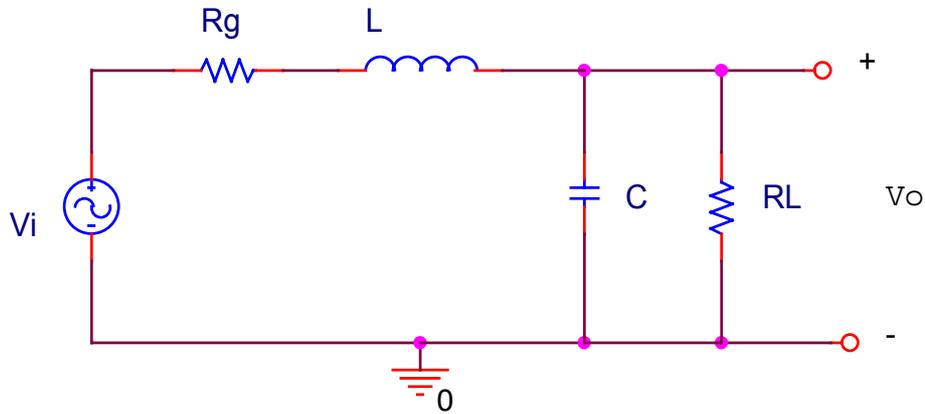


⇒ Cálculo de las frecuencias de corte -> frecuencia en la que la amplitud del filtro decae a $\frac{1}{\sqrt{2}}$ del máximo.

Soluciones de la ecuación:

$$|H(j\omega_c)| = \frac{H_0}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(2\zeta \frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{H_0}{\sqrt{2}}$$

☞ Implementación con circuitos pasivos



Los parámetros de la función de transferencia para este caso son:

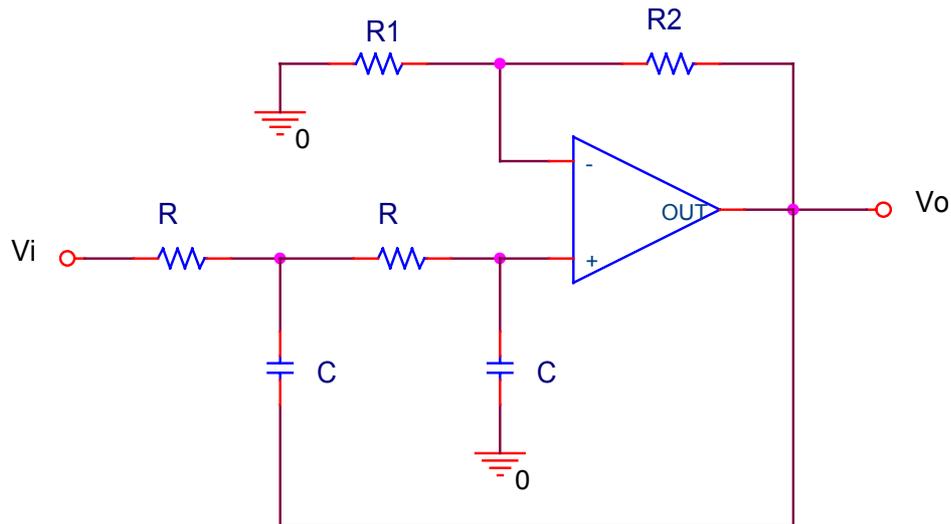
$$H_0 = \frac{R_L}{R_g + R_L}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_g + R_L}{LCR_L}}$$

$$2\zeta = \frac{L + CR_g R_L}{\sqrt{LCR_L(R_g + R_L)}}$$

⇒ Implementación de filtros paso bajo de segundo orden con filtros activos:

Célula de Sallen-Key



En este caso, la función de transferencia del filtro es:

$$H(j\omega) = \frac{k}{1 + (3 - k)(j\omega RC) + (j\omega RC)^2}$$

donde $k = 1 + \frac{R_2}{R_1}$

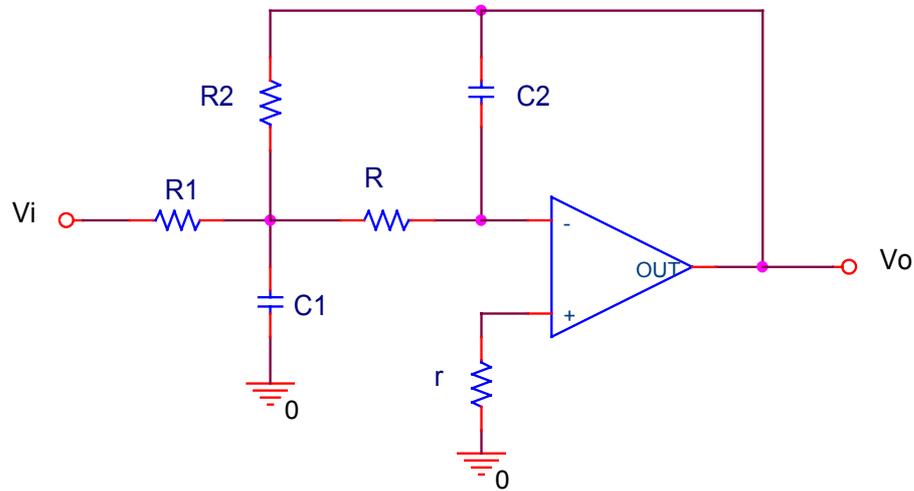
Los parámetros del filtro paso bajo son:

$$H_0 = k = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$2\zeta = 3 - k$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$$

Célula de Rauch



La función de transferencia es:

$$H(j\omega) = - \frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + (j\omega)RR_2C_2 \left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right] + (j\omega)^2 (RC_1)(RC_2)}$$

Los parámetros estándar de la función de transferencia

$$H_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$2\zeta = \frac{RR_2C_2 \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}{\sqrt{RR_2C_1C_2}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\sqrt{RR_2C_1C_2}}$$

• Filtros Paso Alto de Segundo Orden

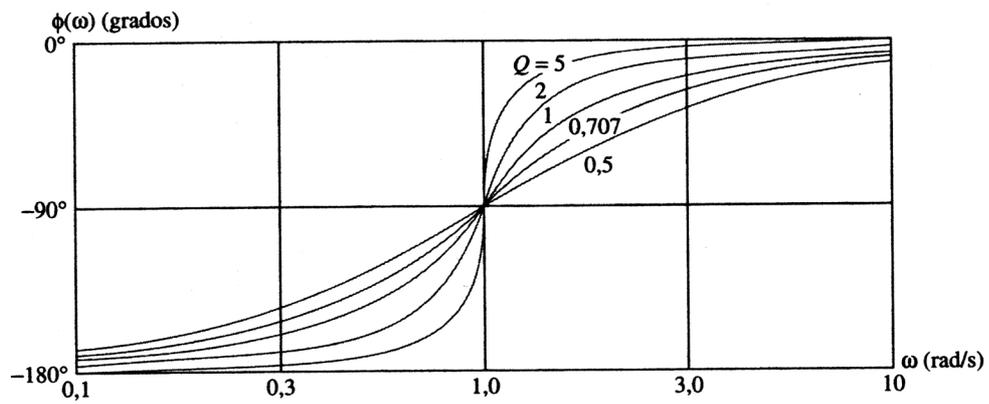
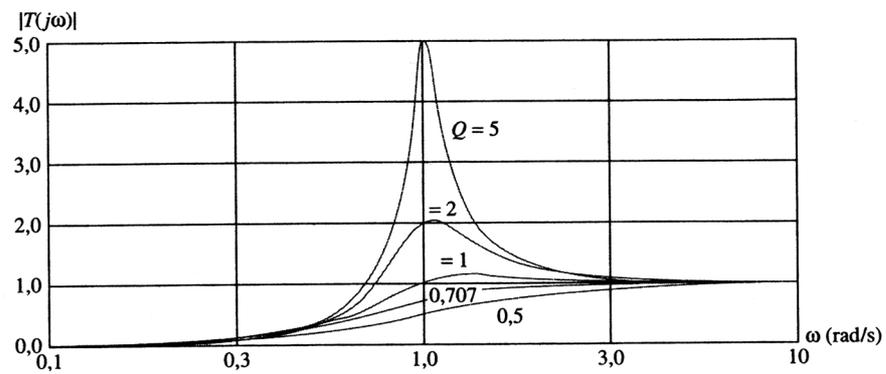
La expresión general de la función de transferencia es:

$$H(j\omega) = H_0 \frac{\left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2\zeta \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right) + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

La respuesta en amplitud y fase es:

$$|H(j\omega)| = H_0 \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} = H_0 \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right]^2 + \left(2\zeta \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

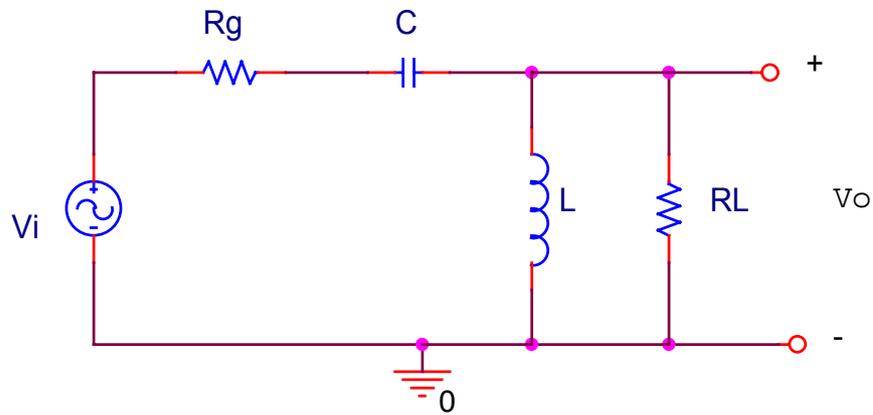
$$\phi(\omega) = 180 - \arctan g \left(\frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \right)$$



La frecuencia de corte del filtro es la frecuencia solución de:

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

☞ Implementación de filtros paso alto pasivos de segundo orden



Los parámetros estándar de la función de transferencia son:

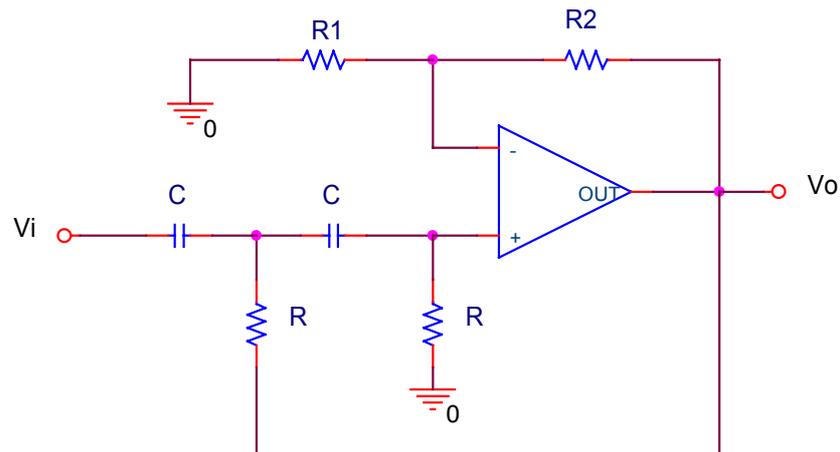
$$H_0 = \frac{R_L}{R_g + R_L}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC \left(\frac{R_g + R_L}{R_L} \right)}}$$

$$2\zeta = \frac{L + CR_g R_L}{\sqrt{LCR_L (R_g + R_L)}}$$

☞ Implementación de filtros paso alto activos de segundo orden

Célula de Sallen-Key



La función de transferencia de este circuito es:

$$H(j\omega) = \frac{k(j\omega RC)}{1 + j\omega RC(3 - k) + (j\omega RC)^2}$$

Donde $k = 1 + \frac{R_2}{R_1}$

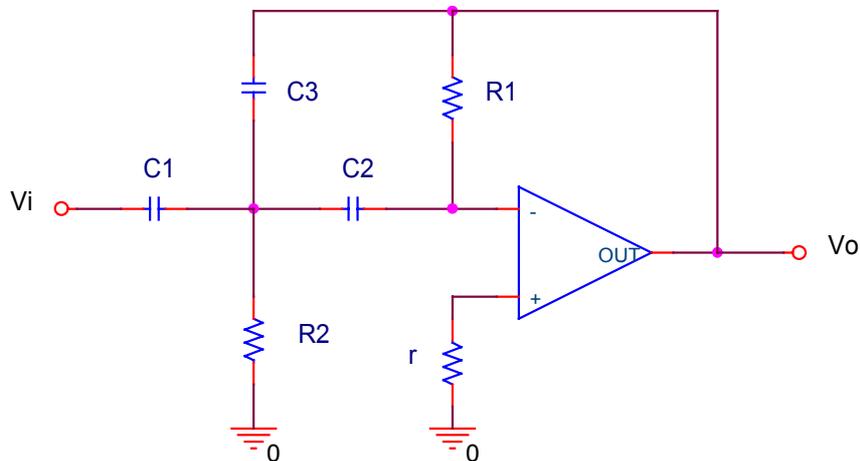
Los parámetros estándar de la función de transferencia son:

$$H_0 = k = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$2\zeta = 3 - k$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$$

Célula de Rauch



La función de transferencia del filtro paso alto de Rauch de segundo orden es:

$$H(j\omega) = -\frac{C_1}{C_3} \frac{(j\omega\sqrt{R_1 R_2 C_2 C_3})^2}{1 + j\omega R_2 (C_1 + C_2 + C_3) + (j\omega\sqrt{R_1 R_2 C_2 C_3})^2}$$

Los parámetros de la función de transferencia estándar son:

$$H_0 = -\frac{C_1}{C_3}$$

$$2\zeta = \frac{R_2 (C_1 + C_2 + C_3)}{\sqrt{R_1 R_2 C_2 C_3}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_2 C_3}}$$

• Filtros Paso Banda de Segundo Orden

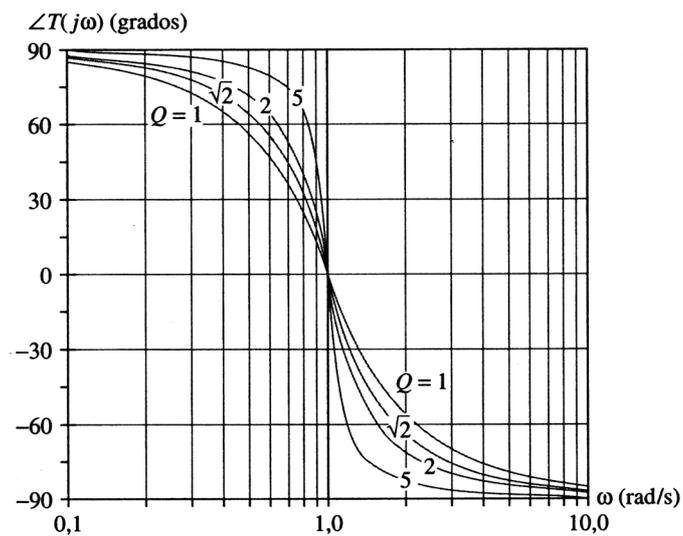
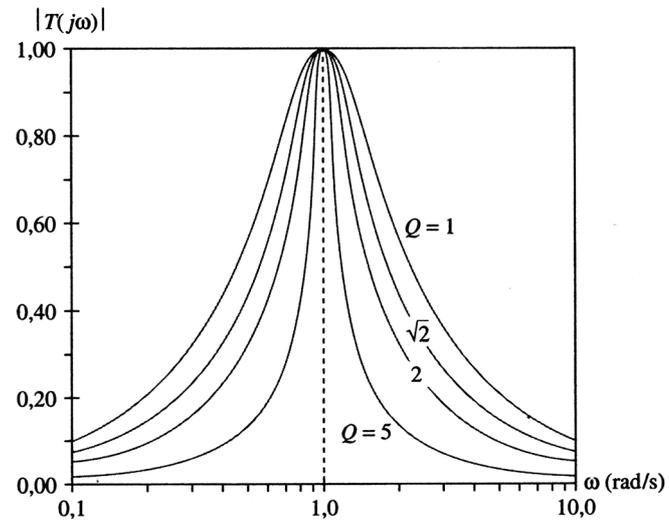
La expresión general de la función de transferencia es:

$$H(j\omega) = H_0 \frac{2\zeta \left(j \frac{\omega}{\omega_0} \right)}{1 + 2\zeta \left(j \frac{\omega}{\omega_0} \right) + \left(j \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}$$

A partir de ésta calculamos la respuesta en amplitud y fase:

$$|H(j\omega)| = H_0 \frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}} = H_0 \frac{1}{\sqrt{1 + \left[\frac{1}{2\zeta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]^2}}$$

$$\phi(\omega) = 90 - \arctan g \left(\frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \right)$$



⇒ Calculamos las frecuencias de corte, para ello debemos resolver la ecuación

$$|H(j\omega)| = H_0 \frac{1}{\sqrt{1 + \left[\frac{1}{2\zeta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]^2}} = \frac{H_0}{\sqrt{2}}$$

Es decir, se debe cumplir:

$$\frac{1}{2\zeta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \pm 1$$

De aquí obtenemos dos ecuaciones de segundo grado

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + 2\zeta \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) - 1 &= 0 \\ \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 - 2\zeta \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) - 1 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Como resultado de este sistema de ecuaciones se obtienen dos frecuencias positivas y sus negadas. Éstas son las frecuencias de corte:

$$\omega_H = \omega_0 \left(\sqrt{\zeta^2 + 1} + \zeta \right)$$

$$\omega_L = \omega_0 \left(\sqrt{\zeta^2 + 1} - \zeta \right)$$

Cabe destacar que no hay simetría respecto a la frecuencia de resonancia, es decir:

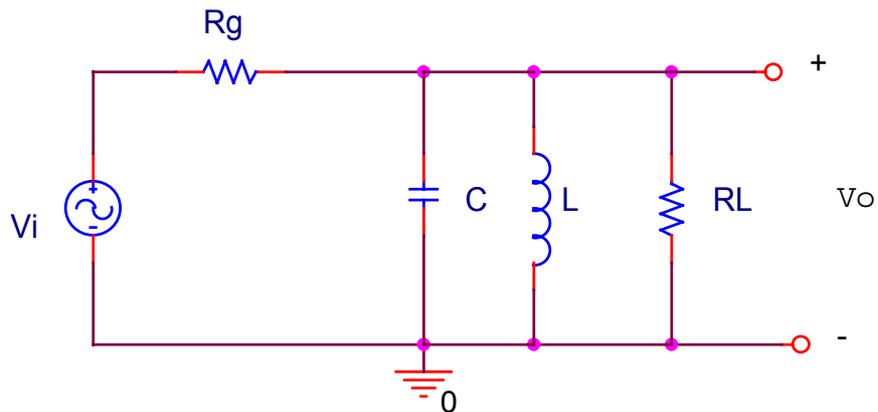
$$\omega_H - \omega_0 \neq \omega_0 - \omega_L$$

Se define el ancho de banda como la diferencia entre las frecuencias de corte:

$BW = \omega_H - \omega_L = 2\zeta\omega_0 \Rightarrow BW = \frac{\omega_0}{Q} \Rightarrow$ Si aumenta Q (se reduce ζ), disminuye $BW \Rightarrow$ el filtro se hace más selectivo.

⇒ Implementación de filtros paso banda pasivos de segundo orden

Circuito RLC paralelo



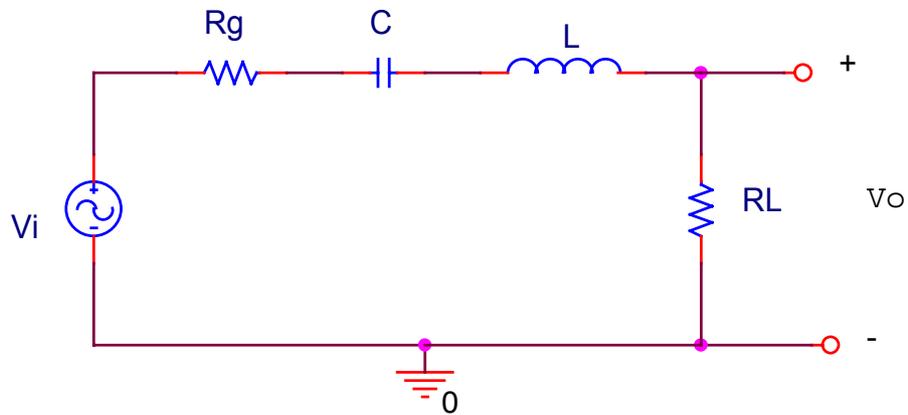
Los parámetros característicos de la función de transferencia con este circuito son:

$$H_0 = \frac{R_L}{R_g + R_L}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q = \frac{1}{2\zeta} = \sqrt{\frac{C}{L} \left(\frac{R_g R_L}{R_g + R_L} \right)}$$

Circuito RLC serie



Los parámetros de la función característica en este caso son:

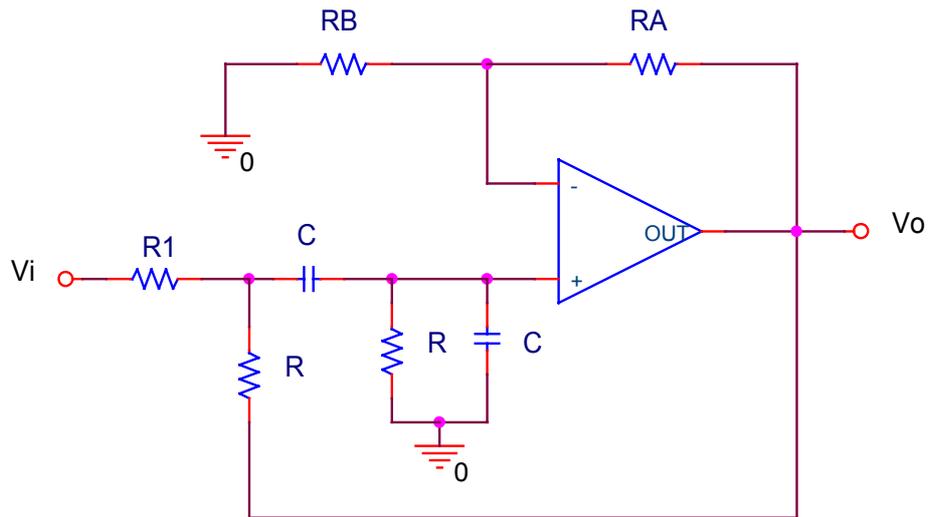
$$H_0 = \frac{R_L}{R_g + R_L}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q = \frac{1}{2\zeta} = \sqrt{\frac{L}{C}} \left(\frac{1}{R_g + R_L} \right)$$

☞ Implementación de filtros paso banda activos de segundo orden

Célula de Sallen-Key



La función de transferencia en este caso es:

$$H(j\omega) = \frac{\frac{R^2}{R + R_1} k(j\omega C)}{1 + \frac{RC}{R + R_1} [R_1(3 - k) + 2R](j\omega) + \frac{R_1}{R + R_1} (RC)^2 (j\omega)^2}$$

donde $k = \frac{R_A + R_B}{R_B}$

Los parámetros característicos del filtro son:

$$H_0 = \frac{kR}{R_1(3-k) + 2R}$$

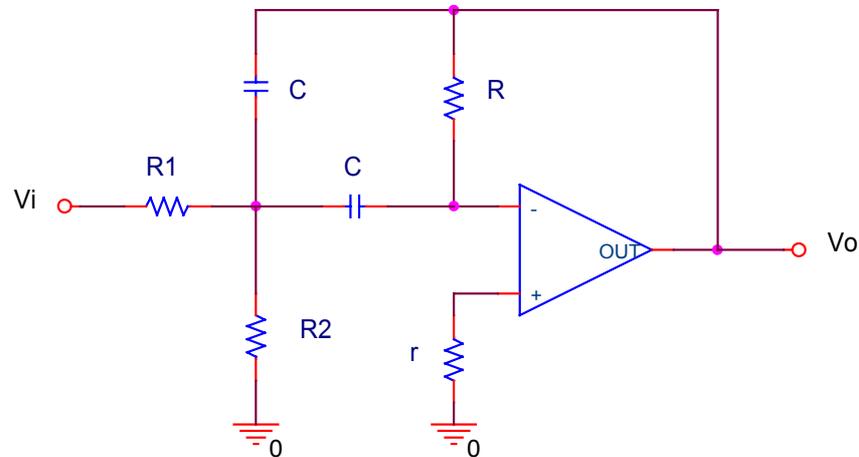
$$\omega_0 = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC} \sqrt{1 + \frac{R}{R_1}}$$

$$2\zeta = \sqrt{\frac{1}{R_1(R + R_1)}} [R_1(3-k) + 2R]$$

$$Q = \frac{R_1}{R} \frac{\sqrt{1 + \frac{R}{R_1}}}{2 + \frac{R_1}{R}(3-k)}$$

$$BW = \frac{f_0}{Q} = \frac{\omega_0}{2\pi Q} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{R_1 C} \left[2 + \frac{R_1}{R}(3-k) \right]$$

Célula de Rauch



La función de transferencia que se obtiene con este circuito es:

$$H(j\omega) = -\frac{R}{2R_1} \frac{2j\omega R_p C}{1 + 2j\omega R_p C + (j\omega)^2 R R_p C^2}$$

donde $R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

Los parámetros característicos del filtro son

$$H_0 = -\frac{R}{2R_1}$$

$$2\zeta = 2\sqrt{\frac{R_p}{R}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{C\sqrt{R R_p}}$$

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R}{R_p}}$$

$$BW = \frac{1}{\pi R C}$$

• Filtros Elimina Banda de Segundo Orden

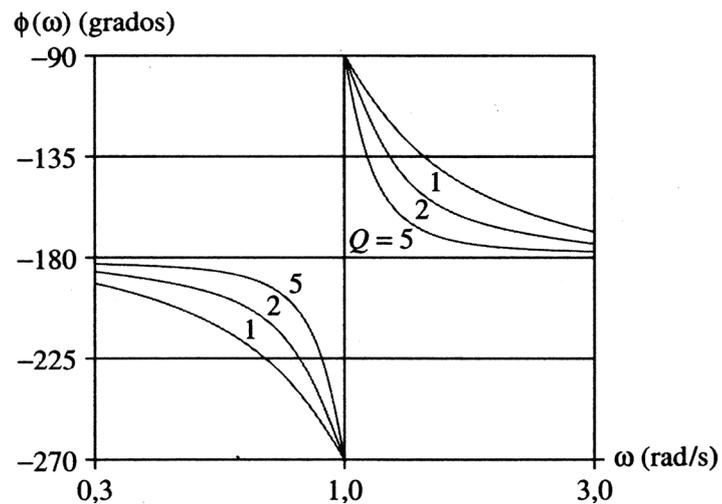
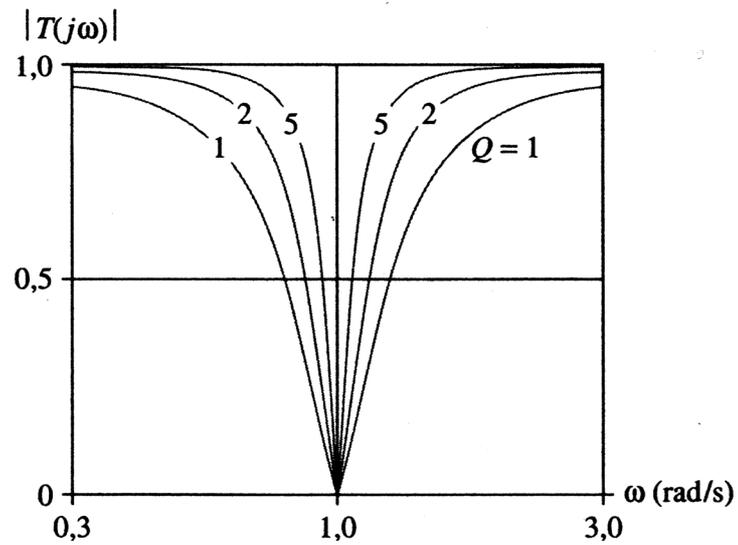
La expresión general de la función de transferencia de los filtros elimina banda de segundo orden es:

$$H(j\omega) = H_0 \frac{1 + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2\zeta \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right) + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

La respuesta en amplitud y en fase obtenidas son:

$$|H(j\omega)| = H_0 \frac{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\zeta}{\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega}{\omega_0}}\right)^2}}$$

$$\phi(\omega) = -\arctan g \left(\frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \right)$$



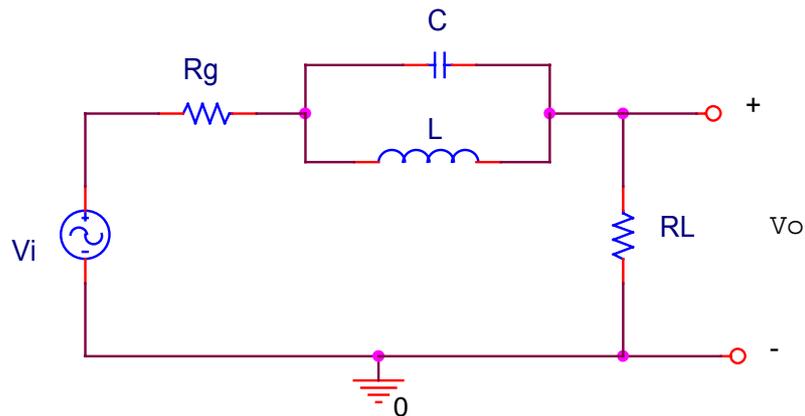
Las frecuencias de corte del filtro elimina banda coinciden con las calculadas para el filtro paso banda. Esto es:

$$\omega_H = \omega_0 \left(\sqrt{\zeta^2 + 1} + \zeta \right)$$

$$\omega_L = \omega_0 \left(\sqrt{\zeta^2 + 1} - \zeta \right)$$

- ⇒ Implementación de filtros elimina banda de segundo orden con circuitos pasivos.

Filtro NOTCH



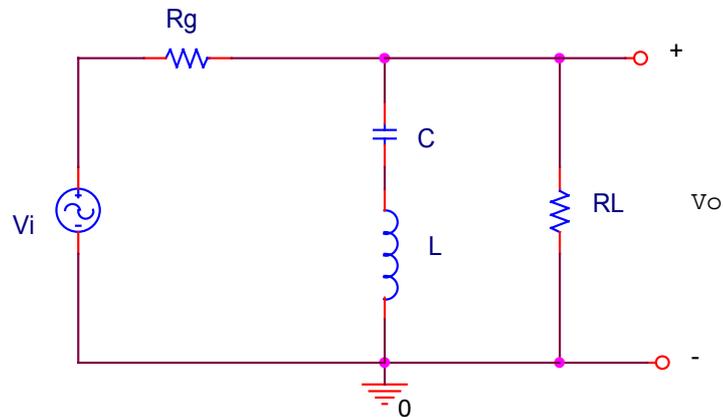
Los parámetros característicos del filtro NOTCH son:

$$H_0 = \frac{R_L}{R_g + R_L}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q = \frac{1}{2\zeta} = (R_g + R_L) \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Filtro elimina banda LC serie



En este caso los parámetros del filtro son:

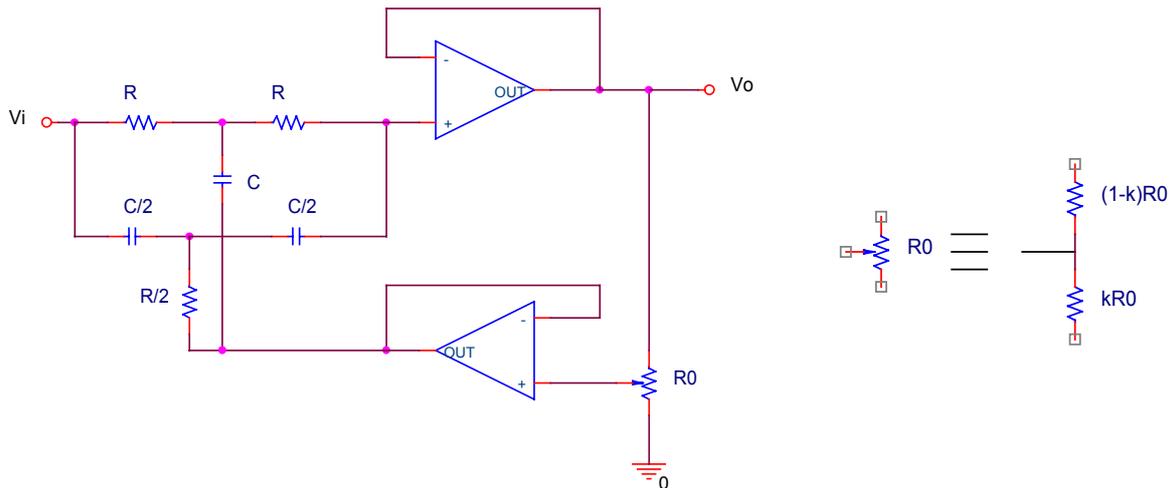
$$H_0 = \frac{R_L}{R_g + R_L}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q = \frac{1}{2\zeta} = \left(\frac{R_g + R_L}{R_g R_L} \right) \sqrt{\frac{C}{L}}$$

☞ Implementación de filtros elimina banda de segundo orden con circuitos activos.

En este caso no se usan células de Sallen-Key o de Rauch. Un circuito activo que implementa un filtro elimina banda podría ser:



La función de transferencia en esta caso sería:

$$H(j\omega) = \frac{1 + \left(j\omega \frac{RC}{2}\right)^2}{1 + 4(1-k)j\omega \frac{RC}{2} + \left(j\omega \frac{RC}{2}\right)^2}$$

Comparando la función de transferencia obtenida con la expresión estándar tenemos:

$$H_0 = 1$$

$$2\zeta = 4(1-k)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\tau} = \frac{2}{RC}$$

$$Q = \frac{1}{2\zeta} = \frac{1}{4(1-k)}$$

3.3.3 Implementación de filtros de orden superior.

Para implementar filtros de orden superior a dos se utilizan tablas y circuitos normalizados.

Se distinguen dos tipos de tablas y de estrategias de diseño de filtros, dependiendo de que éstos sean activos o pasivos.

- **Diseño de filtros pasivos de orden superior**

En este caso se implementan filtros paso bajo normalizados con $\omega_c = 1$ rad/seg y resistencias terminales normalizadas a 1Ω .

Disponemos de tablas y circuitos estándar tanto para la aproximación de Butterworth como para Chebychew.

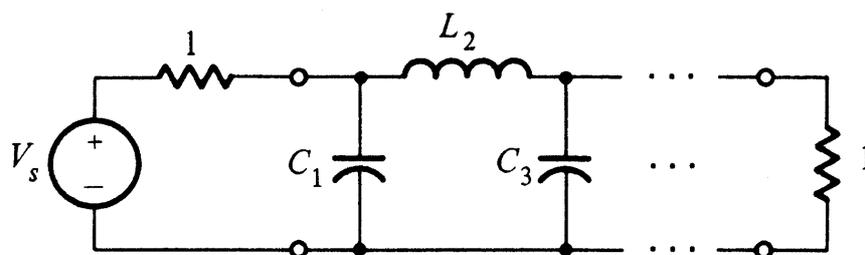
⇐ Filtros de Butterworth

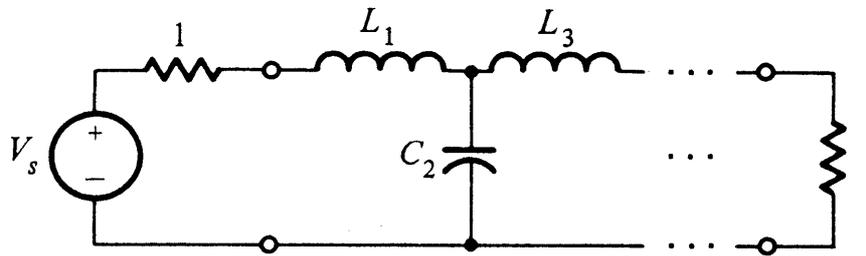
Para el diseño de filtros paso bajo estándar de Butterworth se proponen dos tipos de circuitos:

Implementación con mínimo número de bobinas.

Implementación con mínimo número de condensadores.

Los circuitos pasivos que se implementan en cada caso son:





La tabla con los valores de los componentes en cada uno de los casos es:

N	C1	L2	C3	L4	C5	L6	C7	L8	C9	L10
2	1.414	1.414								
3	1.000	2.000	1.000							
4	0.765	1.848	1.848	0.765						
5	0.618	1.618	2.000	1.618	0.618					
6	0.518	1.414	1.932	1.932	1.414	0.518				
7	0.445	1.247	1.802	2.000	1.802	1.247	0.445			
8	0.390	1.111	1.663	1.962	1.962	1.663	1.111	0.390		
9	0.347	1.000	1.532	1.879	2.000	1.879	1.532	1.000	0.347	
10	0.313	0.908	1.414	1.782	1.975	1.975	1.782	1.414	0.908	0.313
N	L1	C2	L3	C4	L5	C6	L7	C8	L9	C10

Ejemplo 1. Diseño de un filtro paso bajo de Butterworth de orden 4 con mínimo número de condensadores.

Ejemplo 2. Diseño de un filtro paso bajo de Butterworth de orden 5 con mínimo número de bobinas.

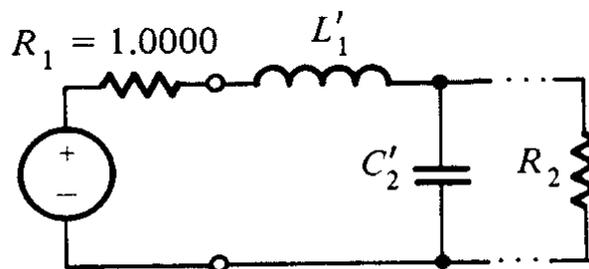
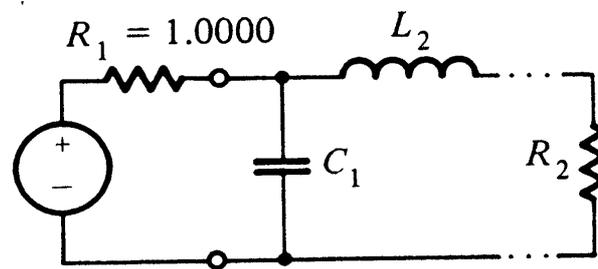
☞ Filtros de Chebychew.

En este caso los valores tabulados de los componentes implementan filtros paso bajo con rizado de amplitud constante en la banda de paso.

Para cada valor de rizado (α_p) tenemos una tabla.

Estos circuitos están normalizados en la pulsación de corte ($\omega_c = 1 \text{ rad/seg}$) y en la resistencia de generador (R_g).

En este caso también se ofrecen dos posibilidades a la hora de implementar el circuito, dependiendo de que queramos el menor número posible de condensadores o de bobinas.



Los valores de los componentes en función del orden y del valor del rizado se muestran en la tabla siguiente.

Rizado $\alpha_p = 0.1dB$									
n	C1	L2	C3	L4	C5	L6	C7	L8	R2
2	0.843	0.622							0.738
3	1.032	1.147	1.032						1.000
4	1.109	1.306	1.770	0.818					0.738
5	1.147	1.371	1.975	1.371	1.147				1.000
6	1.168	1.404	2.056	1.517	1.903	0.862			0.738
7	1.181	1.423	2.097	1.573	2.097	1.423	1.181		1.000
8	1.190	1.435	2.120	1.601	2.170	1.584	1.944	0.878	0.738
n	L1	C2	L3	C4	L5	C6	L7	C8	R2

Rizado $\alpha_p = 0.5dB$									
n	C1	L2	C3	L4	C5	L6	C7	L8	R2
2	1.403	0.707							1.984
3	1.596	1.097	1.596						1.000
4	1.670	1.193	2.366	0.842					1.984
5	1.706	1.230	2.541	1.230	1.706				1.000
6	1.725	1.248	2.606	1.314	2.476	0.870			1.984
7	1.737	1.258	2.638	1.344	2.638	1.258	1.737		1.000
8	1.745	1.265	2.656	1.359	2.696	1.339	2.509	0.880	1.984
n	L1	C2	L3	C4	L5	C6	L7	C8	R2

Rizado $\alpha_p = 1dB$								
n	C1	L2	C3	L4	C5	L6	C7	R2
3	2.024	0.994	2.024					1.000
5	2.135	1.091	3.001	1.091	2.135			1.000
7	2.167	1.112	3.094	1.174	3.094	1.112	2.167	1.000
n	L1	C2	L3	C4	L5	C6	L7	R2

Rizado $\alpha_p = 3dB$								
n	C1	L2	C3	L4	C5	L6	C7	R2
3	3.349	0.712	3.349					1.000
5	3.482	0.762	4.538	0.762	3.482			1.000
7	3.518	0.772	4.639	0.804	4.639	0.772	3.518	1.000
n	L1	C2	L3	C4	L5	C6	L7	R2

Ejemplo 3. Implementación de un filtro paso bajo normalizado de Chebychew de orden 3, con rizado de 1 dB en la banda de paso y resistencia terminal normalizada ($R_L = R_g$). Utilice el menor número posible de condensadores.

Ejemplo 4. Implementación de un filtro paso bajo normalizado de Chebychew de orden 5, con rizado de 0.1 dB en la banda de paso y resistencia terminal normalizada ($R_L = R_g$). Utilice el menor número posible de bobinas.

• **Diseño de filtros activos de orden superior.**

En este caso, existen tablas en las que se muestran los valores del coeficiente de amortiguamiento y la corrección de la frecuencia de corte para filtros paso bajo activos.

Una vez conocidos estos valores, se diseñan los componentes del filtro teniendo en cuenta las expresiones vistas en teoría para las células paso bajo de Rauch y Sallen-Key.

Se distinguen dos casos, dependiendo de que el filtro a implementar sea de Butterworth o Chebychew.

☞ **Filtros paso bajo activos de Butterworth**

En la tabla siguiente se muestran los valores del parámetro de amortiguamiento 2ζ y la corrección de la frecuencia de corte k_{PB} .

Para el caso de Butterworth $k_{PB} = 1$, de manera que se cumple que

$$\omega_0 = k_{PB}\omega_c = \omega_c.$$

Orden	1ª Etapa		2ª Etapa		3ª Etapa		4ª Etapa	
	2ζ	k_{PB}	2ζ	k_{PB}	2ζ	k_{PB}	2ζ	k_{PB}
2	1.414	1						
3	1	1	1	1				
4	1.848	1	0.765	1				
5	1.618	1	0.618	1	1	1		
6	1.932	1	1.414	1	0.518	1		
7	1.802	1	1.247	1	0.445	1	1	1

8	1.962	1	1.663	1	1.111	1	0.390	1
----------	-------	---	-------	---	-------	---	-------	---

⇒ Filtros paso bajo activos de Chebychew

Para el caso de filtros de Chebychew se utilizan tablas en las que se muestran los valores del parámetro de amortiguamiento 2ζ y la corrección de la frecuencia de corte k_{PB} .

En este caso tenemos $\omega_0 = k_{PB}\omega_c$.

Para cada valor de rizado en la banda de paso tenemos una tabla distinta.

Filtro de Chebychew con rizado $\alpha_p = 0.1dB$								
Orden	1ª Etapa		2ª Etapa		3ª Etapa		4ª Etapa	
	2ζ	k_{PB}	2ζ	k_{PB}	2ζ	k_{PB}	2ζ	k_{PB}
2	1.304	1.820						
3	1	0.969	0.746	1.300				
4	1.616	0.789	0.450	1.153				
5	1	0.539	1.093	0.797	0.305	1.093		
6	1.699	0.513	0.751	0.834	0.216	1.063		
7	1	0.377	1.182	0.575	0.541	0.868	0.160	1.045
8	1.686	0.382	0.845	0.645	0.408	0.894	0.124	1.034

Filtro de Chebychew con rizado $\alpha_p = 0.5dB$								
Orden	1ª Etapa		2ª Etapa		3ª Etapa		4ª Etapa	
	2ζ	k_{PB}	2ζ	k_{PB}	2ζ	k_{PB}	2ζ	k_{PB}
2	1.578	1.390						
3	1	0.626	0.586	1.069				
4	1.418	0.597	0.340	1.031				
5	1	0.362	0.849	0.690	0.220	1.018		
6	1.463	0.396	0.552	0.768	0.154	1.011		

7	1	0.256	0.916	0.504	0.388	0.823	0.113	1.008
8	1.478	0.296	0.621	0.599	0.288	0.861	0.080	1.006
Filtro de Chebychew con rizado $\alpha_p = 1dB$								
Orden	1ª Etapa		2ª Etapa		3ª Etapa		4ª Etapa	
	2ζ	k_{PB}	2ζ	k_{PB}	2ζ	k_{PB}	2ζ	k_{PB}
2	1.059	1.218						
3	1	0.494	0.496	0.997				
4	1.275	0.529	0.281	0.993				
5	1	0.289	0.715	0.655	0.180	0.994		
6	1.314	0.353	0.455	0.747	0.125	0.995		
7	1	0.205	0.771	0.480	0.317	0.803	0.092	0.996
8	1.328	0.265	0.511	0.584	0.234	0.851	0.702	0.997

Filtro de Chebychew con rizado $\alpha_p = 2dB$								
Orden	1ª Etapa		2ª Etapa		3ª Etapa		4ª Etapa	
	2ζ	k_{PB}	2ζ	k_{PB}	2ζ	k_{PB}	2ζ	k_{PB}
2	0.886	1.074						
3	1	0.369	0.392	0.941				
4	1.076	0.471	0.218	0.964				
5	1	0.218	0.563	0.627	0.138	0.976		
6	1.109	0.316	0.352	0.730	0.096	0.983		
7	1	0.155	0.607	0.461	0.243	0.797	0.070	0.987
8	1.206	0.238	0.395	0.572	0.179	0.842	0.054	0.990

Filtro de Chebychew con rizado $\alpha_p = 3dB$								
Orden	1ª Etapa		2ª Etapa		3ª Etapa		4ª Etapa	
	2ζ	k_{PB}	2ζ	k_{PB}	2ζ	k_{PB}	2ζ	k_{PB}
2	0.766	1.000						
3	1	0.299	0.326	0.916				
4	0.929	0.443	0.179	0.950				
5	1	0.178	0.468	0.614	0.113	0.967		
6	0.958	0.298	0.289	0.722	0.078	0.977		

7	1	0.126	0.504	0.452	0.199	0.792	0.057	0.983
8	0.967	0.224	0.325	0.566	0.147	0.839	0.044	0.987

⇨ Implementación de filtros paso alto activos.

Para implementar filtros paso alto activos, se usan las mismas tablas que las vistas anteriormente.

La única diferencia es el valor del coeficiente de corrección de la frecuencia de corte, que en este caso es:

$$k_{PA} = \frac{1}{k_{PB}}$$

Ejemplo 5. Diseño de un filtro paso bajo activo de Chebychew de orden 6 con frecuencia de corte $f_c = 1Khz$, una ganancia en la banda pasante de 8 y con rizado en la banda de paso de 1 dB. Utilizar células de Sallen-Key.