

CAPITULO XI

EL VATIMETRO

11.1 INTRODUCCION.

El vatímetro es un instrumento capaz de medir la potencia promedio consumida en un circuito

Según la definición de potencia, un vatímetro debe ser un instrumento que realice el producto de dos señales eléctricas, ya que $P = V \cdot I$.

Hay varios tipos de circuitos multiplicadores, pero el más utilizado para implementar los vatímetros es el electro-dinamométrico, cuyo principio de funcionamiento se presenta en el siguiente punto.

11.2 PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO.

Para estudiar el principio de funcionamiento de los circuitos electrodinamométricos, vamos a compararlos con el mecanismo del galvanómetro de D'Arsonval. El principio de funcionamiento de este dispositivo lo vimos en el Capítulo V. A continuación se encuentran los conceptos más importantes para poder realizar la comparación mencionada anteriormente. En la Figura 1 podemos observar el galvanómetro de D'Arsonval.

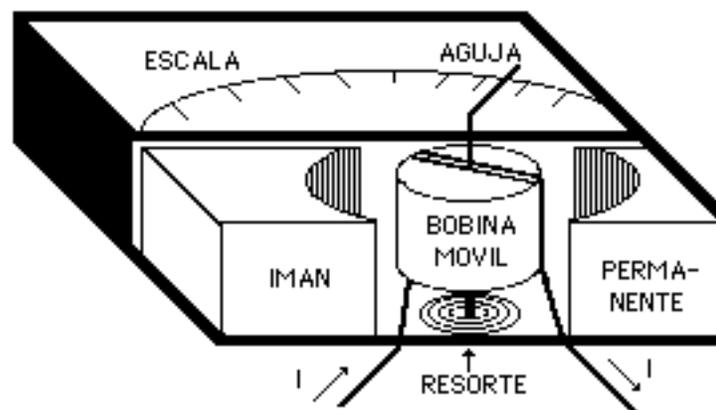


Fig. 1.- Galvanómetro de D'Arsonval.

El desplazamiento de la bobina móvil se debe a la interacción del campo magnético fijo producido por el imán permanente, con la corriente I que circula por dicha bobina. Esta interacción produce un torque que tiende a hacer girar la bobina en un cierto sentido.

Ahora bien, teniendo presente que el campo magnético producido por el imán es constante, si la corriente I cambia de dirección, varía también el sentido del torque y por lo tanto el de giro de la bobina.

De acuerdo con esto, si hacemos circular una corriente alterna de baja frecuencia (1 Hz) por un galvanómetro que tenga el cero en el centro de la escala, veremos oscilar la aguja alrededor de la indicación de cero corriente. En este caso, el instrumento es capaz de presentar los valores instantáneos de la señal aplicada.

Si la frecuencia de la señal es mayor, el sistema mecánico no podrá responder con la suficiente velocidad, por lo que la aguja permanecerá en el centro de la escala, indicando una lectura nula, correspondiente al valor promedio de la corriente.

Las frecuencias de 60Hz ya son lo suficientemente elevadas como para que no podamos observar la respuesta instantánea del galvanómetro, por lo que si se aplican dichas frecuencias, el instrumento indicará el valor promedio, que por lo general es cero.

Si la dirección del campo magnético cambiase al mismo tiempo que la de la corriente, el torque tendría siempre el mismo sentido y por lo tanto podríamos realizar siempre una medición. Este efecto se consigue con los instrumentos electrodinamométricos.

En dichos instrumentos, el imán permanente ha sido sustituido por un electroimán, el cual está constituido por un núcleo de hierro y una bobina arrollada alrededor del mismo. La Figura 2 presenta el esquema básico de un instrumento electrodinamométrico.

Al variar la dirección de i_c , cambia la del campo magnético en el que se encuentra la bobina móvil. Si las direcciones de i_p e i_c varían simultáneamente, la del torque sobre la bobina móvil es constante.

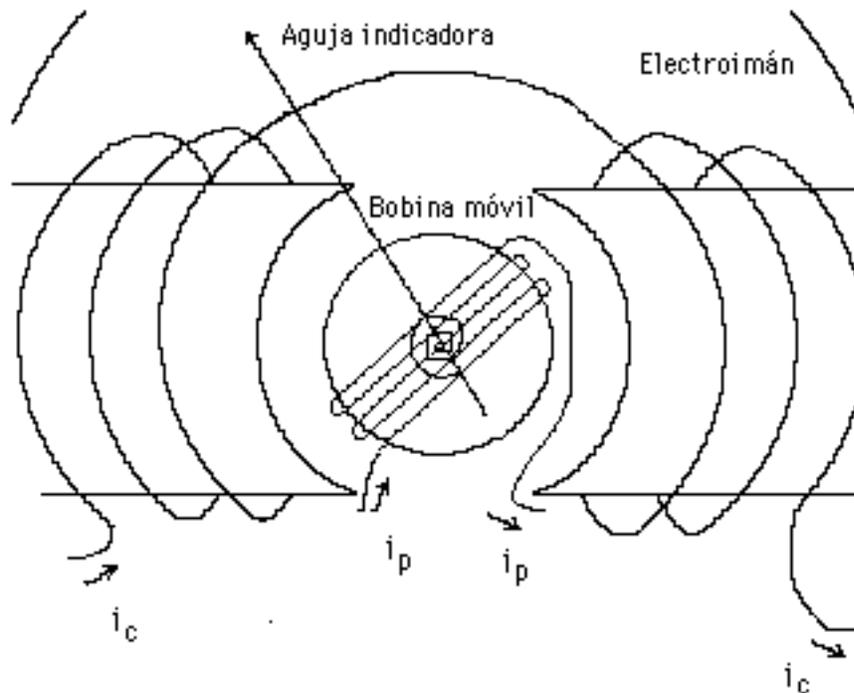


Fig. 2.- Principio de un instrumento electrodinamométrico.

La energía almacenada en el campo magnético está dada por la relación:

$$W = \frac{1}{2} L_c i_c^2 + \frac{1}{2} L_p i_p^2 + M i_c i_p \quad (11.1)$$

Donde i_c e i_p son las corrientes que circulan por cada una de las bobinas, como se indica en el esquema, L_p y L_c son las inductancias propias de la bobina fija y la móvil respectivamente, y M es la inductancia mutua entre ambas bobinas. Debemos tener presente que L_p y L_c son constantes, pero M depende de la posición relativa de las dos bobinas.

El torque instantáneo T_i , ejercido sobre la bobina móvil es igual a la variación de la energía del campo magnético con respecto al ángulo deflectado por la misma.

La única variable que depende del ángulo deflectado, o sea, de la posición relativa de las dos bobinas, es M , como dijimos anteriormente.

Por lo tanto al derivar W con respecto a θ obtenemos la siguiente expresión:

$$T_i = \frac{dW}{d\theta} = i_c i_p \frac{dM}{d\theta} \quad (11.2)$$

El torque promedio es igual a:

$$T_{prom} = \frac{1}{T} \int_0^T T_i dt = \frac{dM}{d\theta} \frac{1}{T} \int_0^T i_p i_c dt \quad (11.3)$$

El desplazamiento promedio es proporcional al torque promedio. Por definición:

$$\theta_{prom} = \frac{T_{prom}}{S} \quad (11.4)$$

Donde S es la constante del resorte. Sustituyendo obtenemos:

$$\theta_{prom} = \frac{1}{S} \frac{dM}{d\theta} \frac{1}{T} \int_0^T i_c i_p dt \quad (11.5)$$

Generalmente se realizan los diseños de forma que $\frac{dM}{d\theta}$ sea constante. Por lo tanto:

$$\theta_{prom} = C \int_0^T i_c i_p dt \quad (11.6)$$

Donde:

$$C = \frac{1}{S} \frac{dM}{d\theta} \frac{1}{T} \quad (11.7)$$

Analizando la expresión (11.6) podemos observar que si i_c es la corriente que circula por una carga e i_p es una corriente proporcional al voltaje existente entre los terminales de la carga, el desplazamiento promedio (θ_{prom}) es proporcional a la potencia promedio disipada por la carga. En efecto, si se cumple:

$$i_c = i(t) \quad (11.8)$$

$$i_p = \frac{e(t)}{R} \quad (11.9)$$

Entonces:

$$p_{\text{prom}} = \frac{1}{S} \frac{dM}{d} \frac{1}{T} \int_0^T i(t) \frac{e(t)}{R} dt \quad (11.10)$$

$$p_{\text{prom}} = \left(\frac{1}{S} \frac{dM}{d} \frac{1}{R} \right) \frac{1}{T} \int_0^T e(t) i(t) dt \quad (11.11)$$

Y la expresión:

$$\frac{1}{T} \int_0^T e(t) i(t) dt \quad (11.12)$$

es por definición la potencia promedio. Por lo tanto:

$$p_{\text{prom}} = C_1 P_{\text{prom}} \quad (11.13)$$

11.3 MEDICION DE POTENCIA CON EL VATIMETRO.

Del desarrollo anterior podemos deducir que los instrumentos electrodinamométricos pueden utilizarse para medir cualquier tipo de señal: continua, sinusoidal, triangular, cuadrada, etc.

Vamos a analizar en forma detallada la medición de potencia de señales continuas y sinusoidales, que son las que se utilizan con más frecuencia en la práctica.

11.3.1.- Medición de potencia de señales continuas (DC).

Para una señal DC tenemos:

$$e(t) = E = \text{constante} \quad i(t) = I = \text{constante}$$

A T le asignamos un valor arbitrario. Con estas condiciones, el desplazamiento promedio está dado por la siguiente relación:

$$P_{\text{prom}} = \frac{1}{S} \frac{dM}{d} \frac{1}{R} \frac{1}{T} \int_0^T E I dt = \frac{1}{S} \frac{dM}{d} \frac{1}{R} \frac{1}{T} E I T = C_2 E I = C_2 P \quad (11.14)$$

El desplazamiento es proporcional a la potencia, ya que $P=E.I$.

11.3.2.- Medición de potencia de señales sinusoidales.

Para una señal sinusoidal:

$$e(t) = E_{\text{max}} \text{sen}(wt) \quad (11.15)$$

$$i(t) = I_{\text{max}} \text{sen}(wt + \phi) \quad (11.16)$$

Donde ϕ es el ángulo de desfase entre el voltaje y la corriente. La frecuencia angular está dada por la relación $w = 2\pi f$, donde f es el inverso del periodo T . Con estas condiciones, el desplazamiento promedio está dado por la siguiente relación:

$$P_{\text{prom}} = \frac{1}{S} \frac{1}{R} \frac{dM}{d} \frac{1}{T} \int_0^T E_{\text{max}} I_{\text{max}} \text{sen}(wt) \text{sen}(wt + \phi) dt \quad (11.17)$$

$$\begin{aligned} P_{\text{prom}} &= K E_{\text{max}} I_{\text{max}} \frac{1}{T} \int_0^T \text{sen}(wt) \text{sen}(wt + \phi) dt = \\ &= K E_{\text{max}} I_{\text{max}} \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{\cos \phi}{2} - \frac{\cos(2wt + \phi)}{2} \right) dt = \\ &= \frac{K}{T} E_{\text{max}} I_{\text{max}} \cos \phi \frac{T}{2} = K \frac{E_{\text{max}} I_{\text{max}}}{2} \cos \phi = K P_{\text{prom}} \quad (11.18) \end{aligned}$$

Ya que se cumple que:

$$P_{\text{prom}} = E I \cos \phi \quad (11.19)$$

Donde $\cos \phi$ es el factor de potencia, E es el valor eficaz del voltaje e I es el valor eficaz de la corriente, dados por las relaciones:

$$E = \frac{E_{\text{max}}}{\sqrt{2}} \quad I = \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{2}} \quad (11.20)$$

Por lo tanto, la lectura del instrumento es proporcional a la potencia real promedio de la señal aplicada al mismo.

11.3.3.- Consideraciones sobre las resistencias de los arrollados.

Para medir la potencia que disipa una resistencia se hace circular la corriente $i(t)$ que pasa por dicha resistencia a través de la bobina fija (llamada también de corriente o de campo) y se conecta la bobina móvil (llamada también de voltaje o de desplazamiento) entre los extremos de la resistencia, de forma tal que la corriente que circule por ella sea proporcional al voltaje existente en dicha resistencia.

De acuerdo con esto, la bobina de campo se está utilizando como amperímetro, mientras que la de desplazamiento se está utilizando como voltímetro.

Para disminuir en lo posible los errores sistemáticos de medición, es conveniente que la resistencia de la bobina fija sea lo menor posible, mientras que la resistencia de la móvil debe ser lo mayor posible.

Adicionalmente, es posible conectar el vatímetro en diferentes configuraciones, que analizaremos en el próximo punto.

11.4 FORMAS DE CONEXION DEL VATIMETRO.

Un vatímetro se puede conectar a una carga de dos formas diferentes, presentadas en las Figuras 3 y 4 respectivamente.

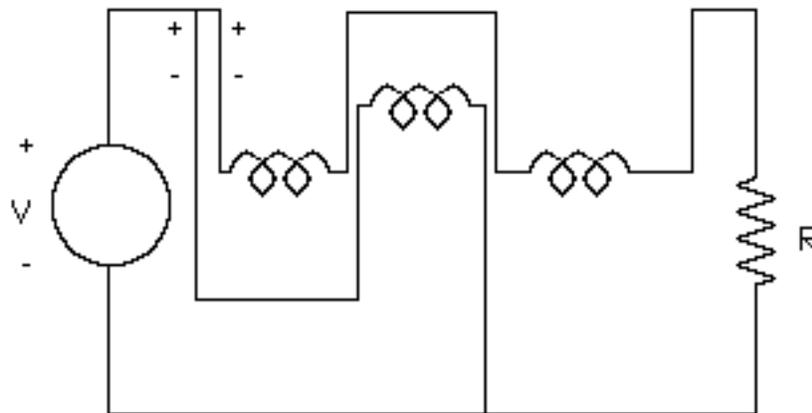


Fig. 3.a.- Primera forma de conexión de un vatímetro.

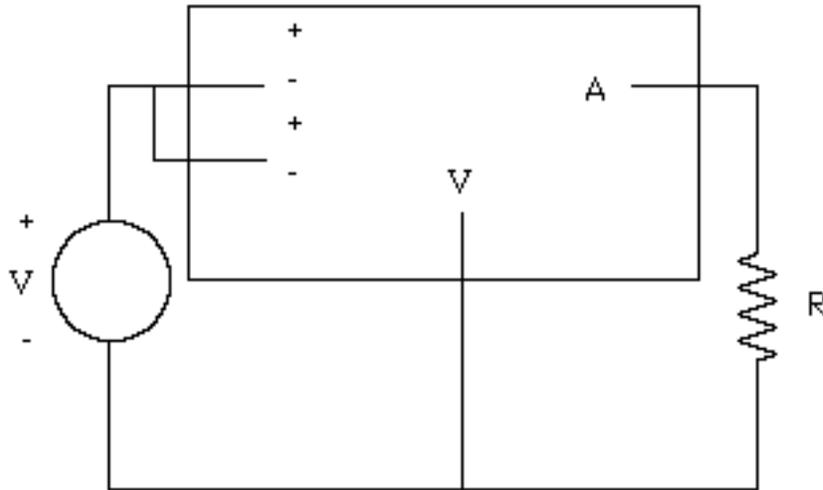


Fig. 3.b.- Representación esquemática de la primera forma de conexión de un vatímetro.

11.4.1.- Primera forma de conexión del vatímetro.

En el circuito de la Figura 3.a, la corriente que circula por la bobina de corriente es la misma que circula por la carga R, pero el voltaje entre los extremos de la bobina de voltaje es igual a la suma del voltaje entre los extremos de la bobina de corriente más el de R. La representación esquemática de esta forma de conexión del vatímetro se muestra en la Figura 3.b.

En esta configuración, la potencia medida por el vatímetro es igual a la suma de la potencia disipada por la carga más la potencia disipada por la bobina de corriente.

La medición será más exacta cuanto mayor sea la carga R con respecto a la resistencia interna de la bobina de corriente. Las bobinas de corriente tienen resistencias cuyos valores se encuentran alrededor de los 0,1 Ω .

11.4.2.- Segunda forma de conexión del vatímetro.

En el circuito de la Figura 4.a, el voltaje entre los extremos de la bobina de voltaje es igual al de la carga R, pero la corriente que circula por la bobina fija es la suma de la corriente por R más la corriente por

la bobina móvil. La representación esquemática de esta forma de conexión del vatímetro se muestra en la Figura 4.b.

En este caso, la potencia medida por el vatímetro es igual a la suma de la potencia disipada por la carga más la potencia disipada por la bobina de voltaje.

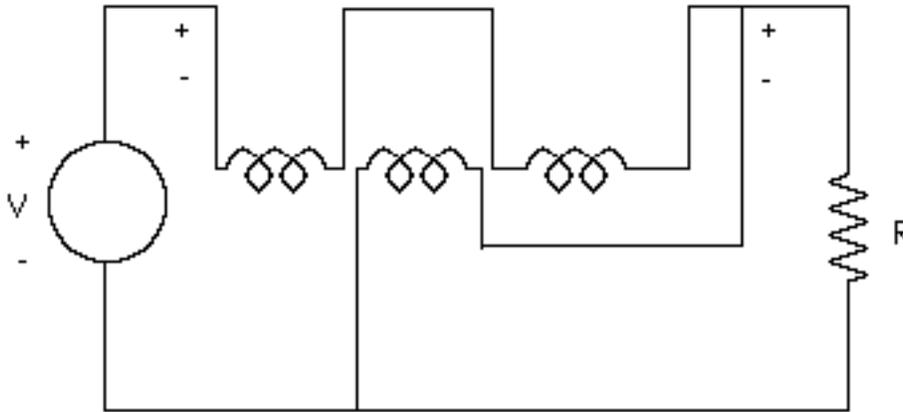


Fig. 4.a.- Segunda forma de conexión de un vatímetro.

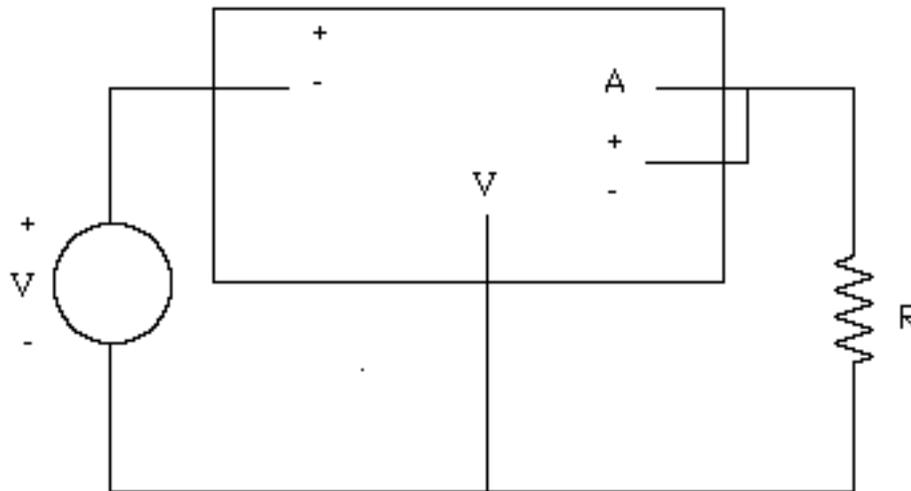


Fig. 4.b.- Representación esquemática de la segunda forma de conexión de un vatímetro.

La medición será más exacta cuanto mayor sea la resistencia de la bobina de voltaje con respecto a la resistencia R . Las bobinas de voltaje tienen resistencias del orden de 6 a 12 K , esto es, no presentan resistencias internas muy altas. Por lo que en general, las mediciones se verán afectadas por un error sistemático debido al efecto de carga producido por la bobina móvil.

Para evitar esto se utiliza una tercera bobina, denominada "bobina de compensación ", cuya forma de conexión y utilidad estudiaremos en el siguiente punto.

11.4.3.- Bobina de compensación del vatímetro.

En la Figura 5 podemos observar un vatímetro conectado de acuerdo a la segunda forma. En dicha Figura están indicadas las corrientes que circulan por cada uno de los arrollados. El campo magnético producido por el electroimán es proporcional a i_p+i_c , lo cual introduce un error sistemático en la medición.

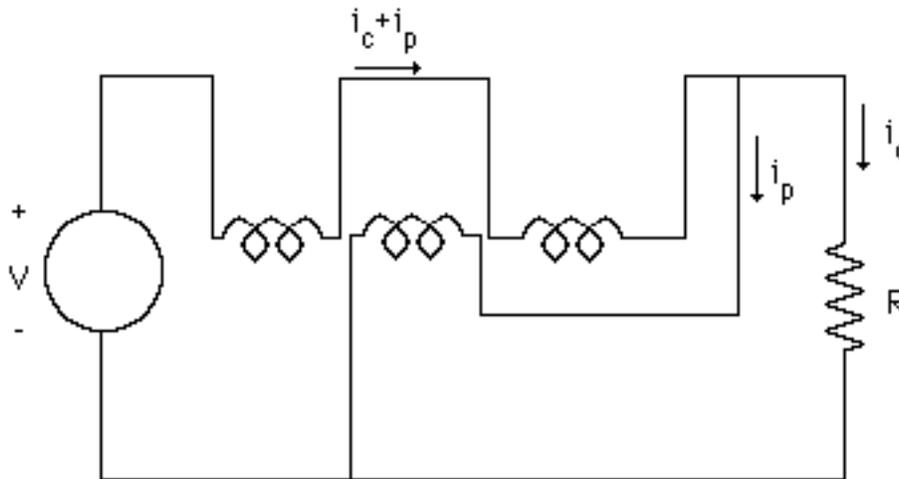


Fig. 5.- Corrientes por los arrollados del vatímetro.

Como indicamos anteriormente, este error sistemático será mayor cuanto mayor sea i_p con respecto a i_c , esto es, cuanto menor sea la resistencia de la bobina móvil comparada con el valor de R .

Para corregir este error, conectamos una bobina en serie con la bobina de voltaje pero íntimamente arrollada con la de corriente, como podemos observar en la Figura 6.

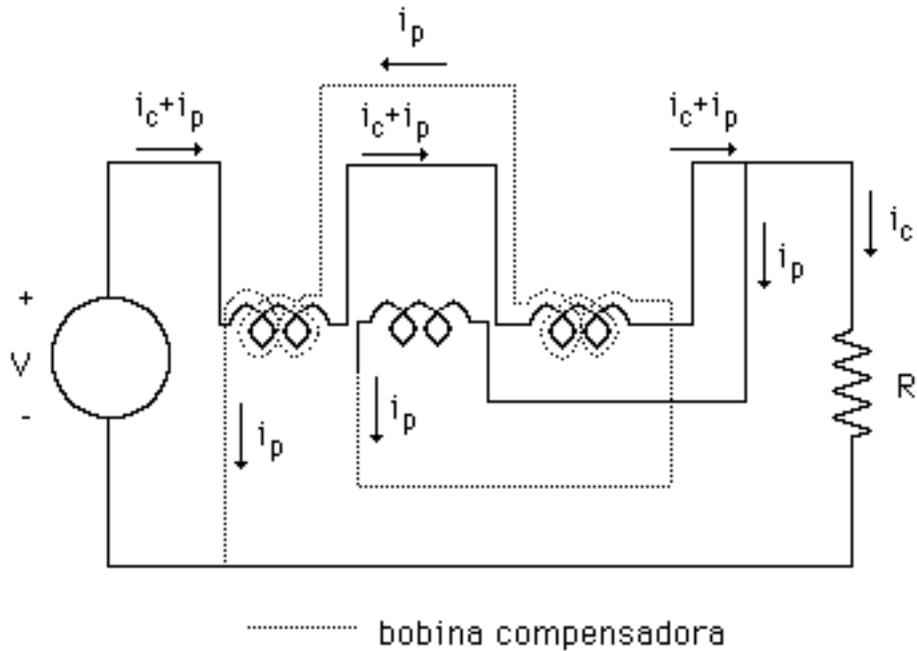


Fig. 6.- Conexión de la bobina compensadora

Con esta conexión, se va a producir por una parte un campo magnético proporcional a $i_c + i_p$, que tendrá una cierta dirección, y por otra, un campo magnético proporcional a i_p (que circula por la bobina compensadora) cuya dirección será contraria al anterior. Por lo tanto el campo magnético resultante producido por el electroimán será proporcional a i_c y en consecuencia el vatímetro indicará solamente la potencia disipada por la resistencia de carga R.

La forma de comprobar experimentalmente si un vatímetro está compensado o no, es realizar la conexión anterior pero con una resistencia de carga $R = 0$. Si el vatímetro está compensado indicará cero potencia, mientras que en caso contrario, señalará una cierta cantidad de potencia, correspondiente a las pérdidas internas del instrumento.

Si contamos con un vatímetro compensado es conveniente realizar todas las mediciones utilizando la segunda forma de conexión, sin importar el valor que tenga la resistencia de carga, ya que gracias a la compensación la medición siempre será correcta.

Ahora bien, si no está compensado debemos analizar qué tipo de conexión es más la conveniente según el valor de la carga.

11.4.4.- Conexión incorrecta del vatímetro.

Para terminar, es importante destacar que la conexión mostrada en la Figura 7 es incorrecta y puede dañar el vatímetro.

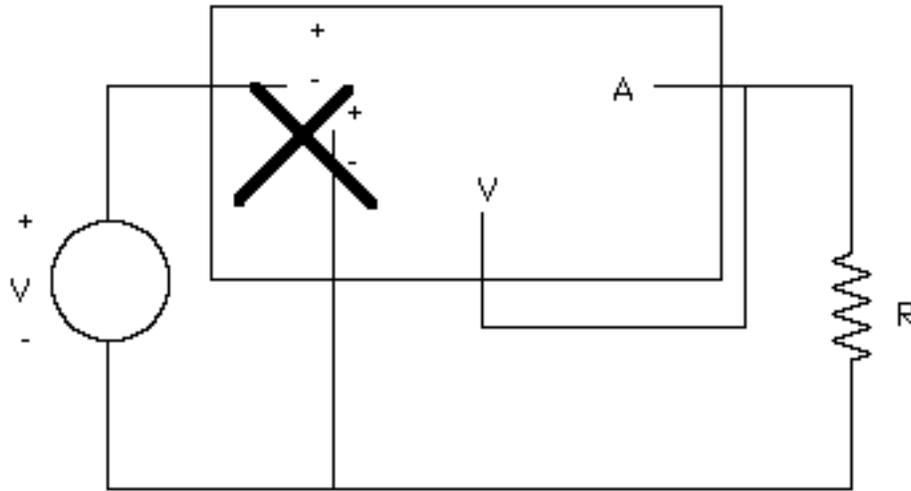


Fig. 7.- Conexión incorrecta del vatímetro.